

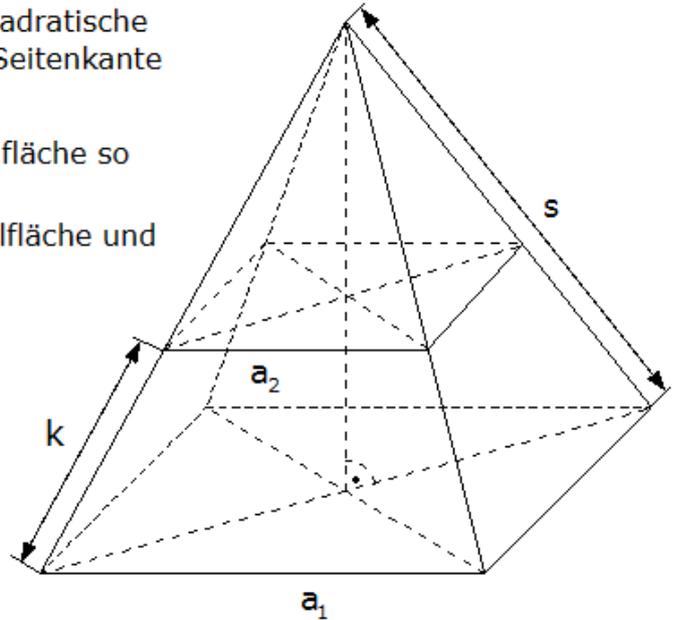
**Aufgabe 1989 1b:**

**4 P**

Zur Dekoration von Schaufenstern werden quadratische Pyramiden (Grundkante  $a_1 = 14,0 \text{ cm}$  und Seitenkante  $s = 25,0 \text{ cm}$ ) aus Kunststoff hergestellt.

Eine dieser Pyramiden wird parallel zur Grundfläche so durchgeschnitten, dass  $k = 9,5 \text{ cm}$  ist.

Berechnen Sie die Kantenlänge  $a_2$ , die Mantelfläche und die Höhe des Pyramidenstumpfes.



**Strategie 1989 1b:**

**Gegeben:**

Quadratische Pyramide

$a_1 = 14,0 \text{ cm}$

$s = 25,0 \text{ cm}$

$k = 9,5 \text{ cm}$

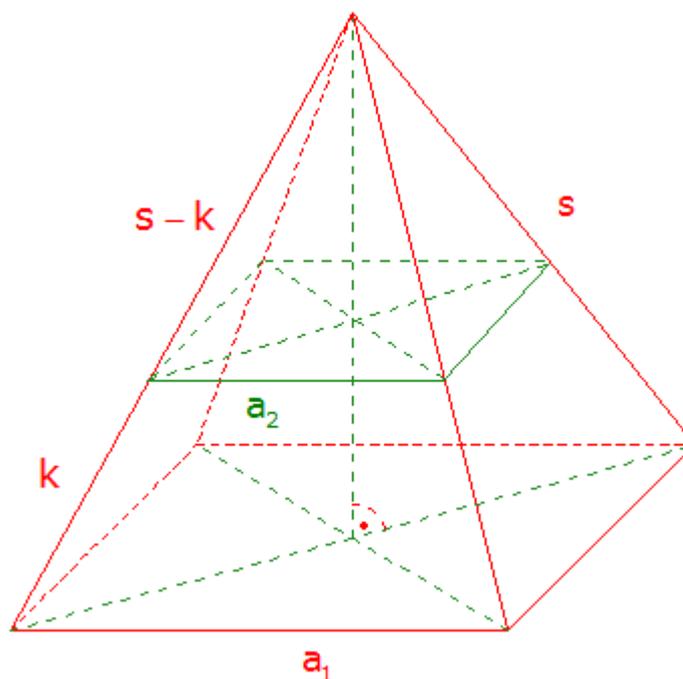
**Gesucht:**

$a_2$

$M_{\text{PyrSt}}$

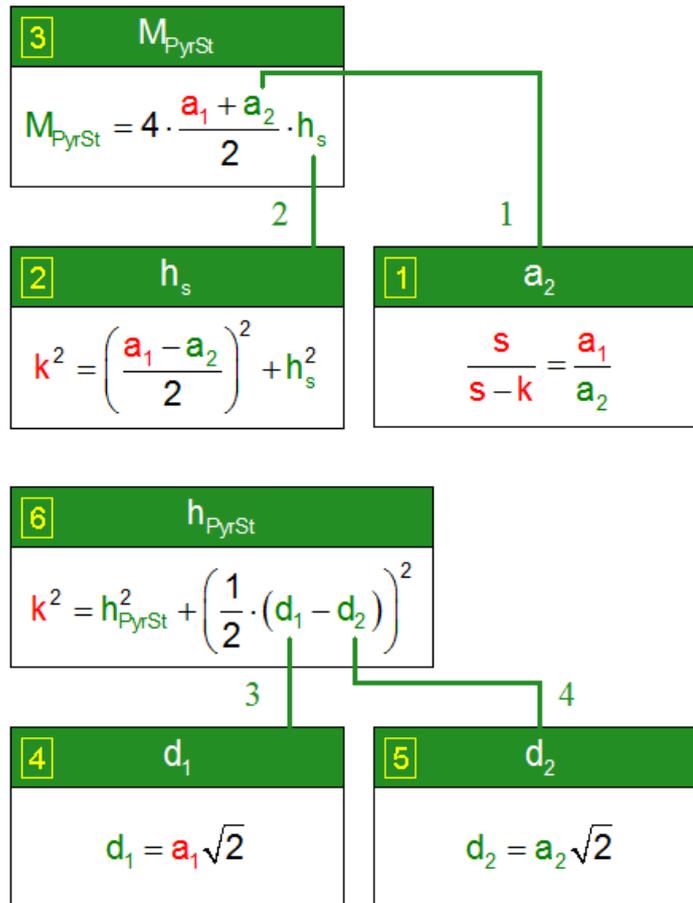
$h_{\text{PyrSt}}$

**Skizze:**



**Strategie 1989 1b:**

**Struktogramm:**



**Lösung 1989 1b:**

**1. Berechnung der Deckflächen-Kante  $a_2$ :**

$s : (s - k) = a_1 : a_2$

2. Strahlensatz im gelben Teildreieck

$25 : (25 - 9,5) = 14 : a_2$

$$\frac{25}{25 - 9,5} = \frac{14}{a_2}$$

$$\frac{25}{15,5} = \frac{14}{a_2}$$

Seiten tauschen

$$\frac{14}{a_2} = \frac{25}{15,5}$$

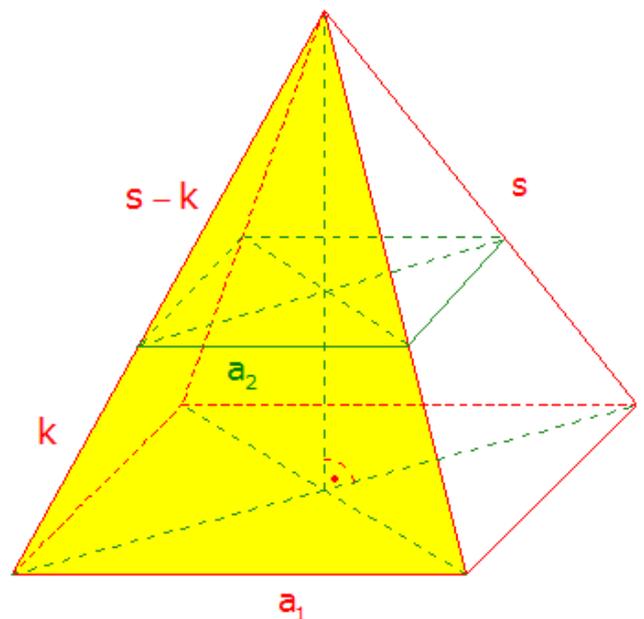
Kehrwert

$$\frac{a_2}{14} = \frac{15,5}{25}$$

$$\frac{a_2}{14} = 0,62$$

| · 14

$a_2 = 8,7 \text{ cm}$



### Lösung 1989 1b:

#### 2. Berechnung der Höhe der Seitenfläche $h_s$ :

$$k^2 = \left( \frac{a_1 - a_2}{2} \right)^2 + h_s^2$$

Pythagoras im rechtwinkligen hellblauen Teildreieck

$$9,5^2 = \left( \frac{14 - 8,7}{2} \right)^2 + h_s^2$$

$$9,5^2 = \left( \frac{5,3}{2} \right)^2 + h_s^2$$

$$9,5^2 = 2,65^2 + h_s^2$$

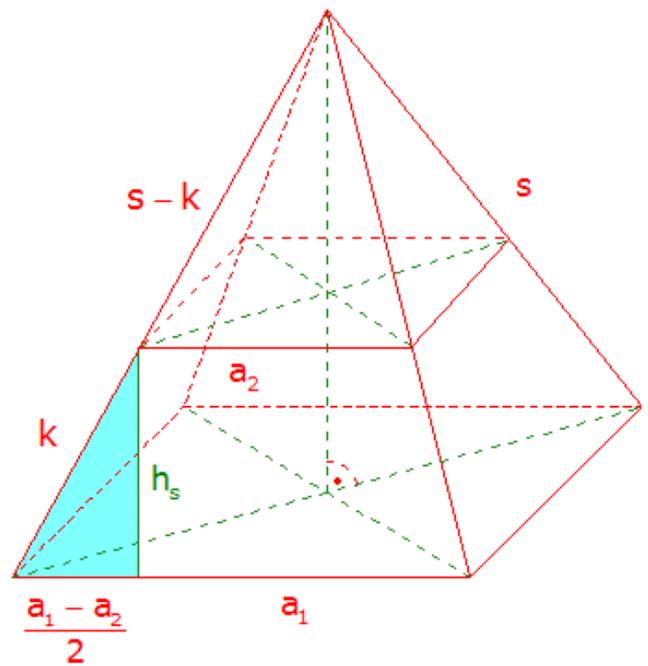
$$90,25 = 7,0225 + h_s^2$$

Seiten tauschen

$$7,0225 + h_s^2 = 90,25 \quad | -7,0225$$

$$h_s^2 = 83,2275 \quad | \sqrt{\quad}$$

$$\underline{h_s = 9,1 \text{ cm}}$$



#### 3. Berechnung des Pyramidenstumpf-Mantels :

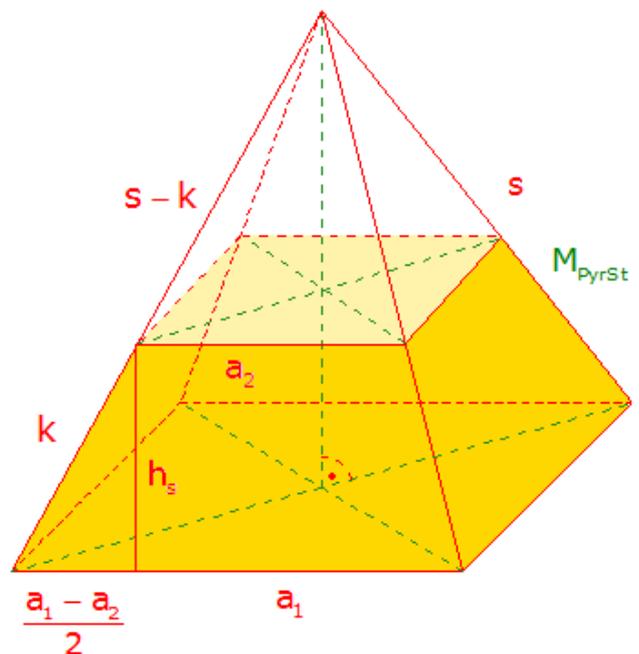
$$M_{\text{PyrSt}} = 4 \cdot \frac{a_1 + a_2}{2} \cdot h_s$$

$$M_{\text{PyrSt}} = 4 \cdot \frac{14 + 8,7}{2} \cdot 9,1$$

$$M_{\text{PyrSt}} = 4 \cdot \frac{22,7}{2} \cdot 9,1$$

$$M_{\text{PyrSt}} = 4 \cdot 11,35 \cdot 9,1$$

$$\underline{\underline{M_{\text{PyrSt}} = 413 \text{ cm}^2}}$$



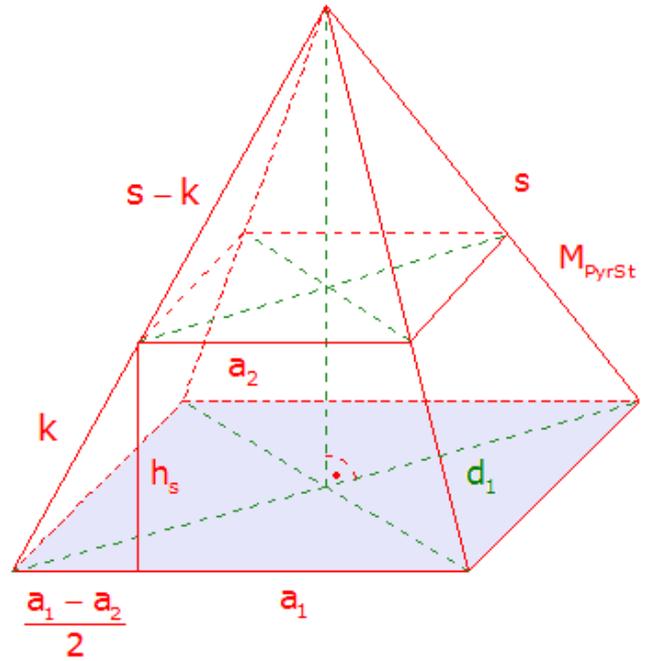
**Lösung 1989 1b:**

**4. Berechnung der Grundflächen-Diagonalen  $d_1$ :**

$d_1 = a_1 \cdot \sqrt{2}$     Formel Diagonale im Quadrat

$d_1 = 14 \cdot \sqrt{2}$

$d_1 = 19,8 \text{ cm}$

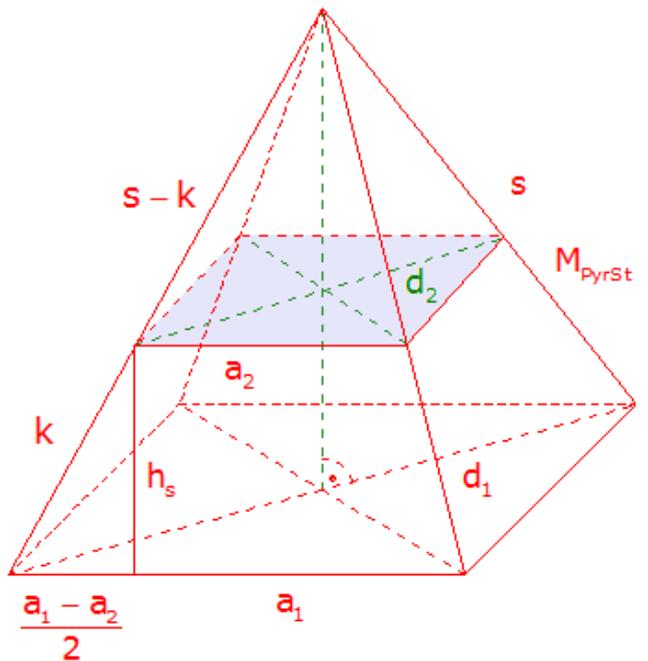


**5. Berechnung der Deckflächen-Diagonalen  $d_2$ :**

$d_2 = a_2 \cdot \sqrt{2}$     Formel Diagonale im Quadrat

$d_2 = 8,7 \cdot \sqrt{2}$

$d_2 = 12,3 \text{ cm}$



### Lösung 1989 1b:

#### 6. Berechnung der Pyramidenstumpf-Höhe $h_{\text{PyrSt}}$ :

$$k^2 = h_{\text{PyrSt}}^2 + \left(\frac{d_1 - d_2}{2}\right)^2$$

Pythagoras im  
rechtwinkligen  
grünen  
Teildreieck

$$9,5^2 = h_{\text{PyrSt}}^2 + \left(\frac{19,8 - 12,3}{2}\right)^2$$

$$90,25 = h_{\text{PyrSt}}^2 + 3,75^2$$

$$90,25 = h_{\text{PyrSt}}^2 + 14,0625$$

Seiten tauschen

$$h_{\text{PyrSt}}^2 + 14,0625 = 90,25 \quad | -14,0625$$

$$h_{\text{PyrSt}}^2 = 76,1875 \quad | \sqrt{\quad}$$

$$\underline{\underline{h_{\text{PyrSt}} = 8,7 \text{ cm}}}$$

