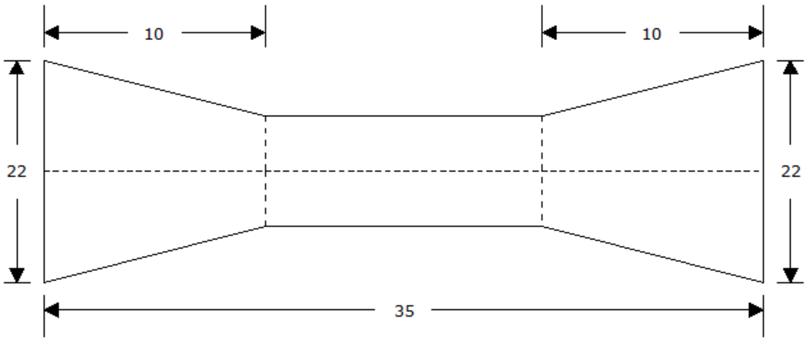
Aufgabe 1988 4c: 3 P

Eine Gemeinde legt ein Freizeitgelände an.
Für das Freizeitgelände werden 4,1 kg schwere runde Trimmgeräte aus Holz (1 dm^3 wiegt 0,9 kg) hergestellt.
Berechnen Sie den Durchmesser des zylinderförmigen Handgriffs.



Strategie 1988 4c:

Gegeben:

Zylinder
Kegelstumpf

$$m = 4{,}1\,kg$$

$$f = 0{,}9\,\frac{kg}{dm^3}$$

$$d_1 = 22\,cm$$

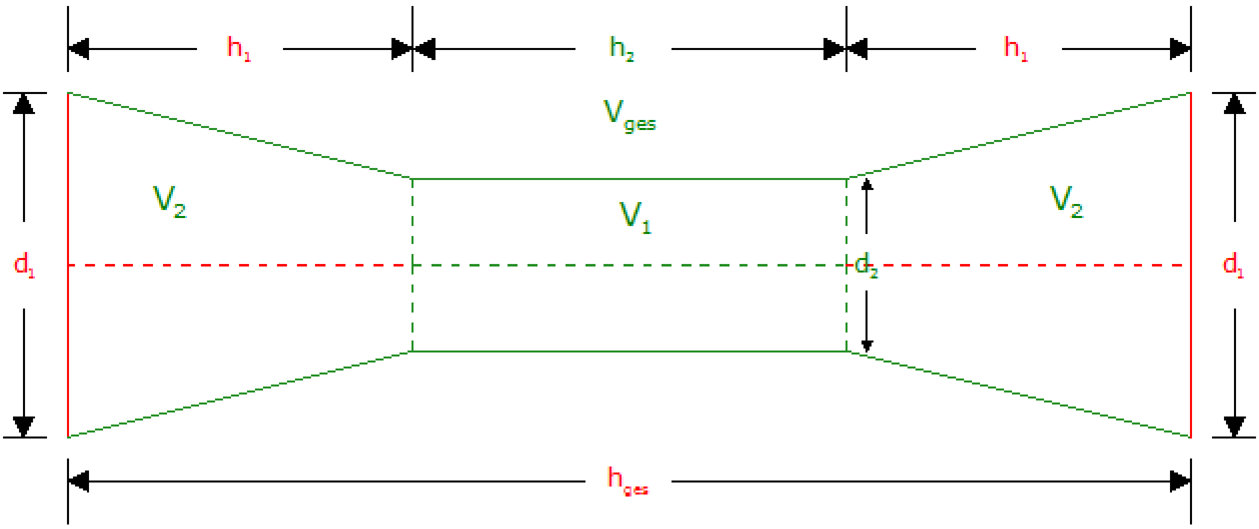
$$h_1 = 10\,cm$$

$$h_{ges} = 35\,cm$$

Gesucht:

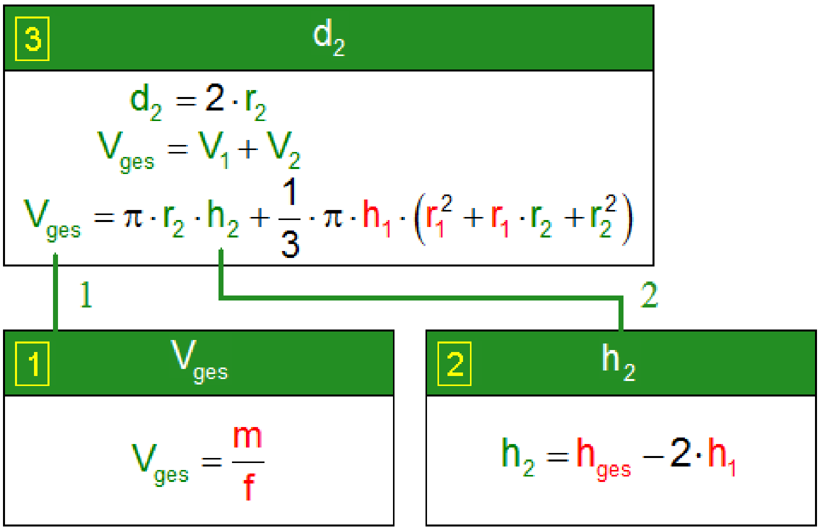
d_2

Skizze:



Strategie 1988 4c:

Struktogramm:



Lösung 1988 4c:

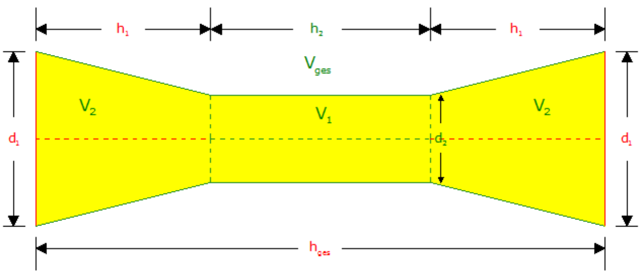
1. Berechnung des Gesamtvolumens V_{ges}:

$$V_{ges} = \frac{m}{f}$$

$$V_{ges} = \frac{4,1}{0,9}$$

$$V_{ges} = 4,555\,dm^3$$

$$\underline{V_{ges} = 4555\,cm^3}$$

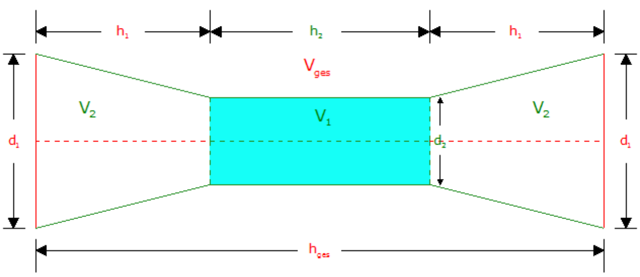


2. Berechnung der Zylinder-Höhe h_2:

$$h_2 = h_{ges} - 2 \cdot h_1$$

$$h_2 = 35 - 2 \cdot 10$$

$$\underline{h_2 = 15\,cm}$$



3. Berechnung des Zylinder-Durchmessers d_2:

$$V_{ges} = V_1 + 2 \cdot V_2$$

$$V_{ges} = \pi \cdot r_2^2 \cdot h_2 + 2 \cdot \frac{1}{3} \cdot h_1 \cdot (r_1^2 + r_1 \cdot r_2 + r_2^2)$$

$$V_{ges} = \pi \cdot r_2^2 \cdot 15 + 2 \cdot \frac{1}{3} \cdot 10 \cdot (11^2 + 11 \cdot r_2 + r_2^2)$$

$$4555 = 47,12 r_2^2 + 20,94 \cdot (121 + 11 \cdot r_2 + r_2^2)$$

$$4555 = 47,12 r_2^2 + 2534,22 + 230,38 r_2 + 20,94 r_2^2$$

$$4555 = 68,06 r_2^2 + 230,38 r_2 + 2534,22 \qquad | -4555$$

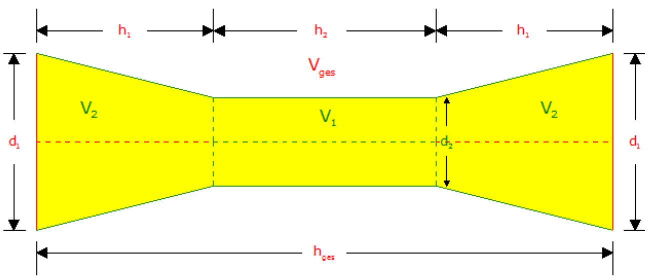
$$0 = 68,06 r_2^2 + 230,38 r_2 - 2020,78$$

Seiten tauschen

$$68,06 r_2^2 + 230,38 r_2 - 2020,78 = 0 \qquad |:68,06$$

$$r_2^2 + 3,4 r_2 - 29,4 = 0$$

Quadratische Gleichung in der Normalform



Lösung 1988 4c:

$r_2^2 + 3,4\,r_2 - 29,4 = 0$

$x^2 + px + q = 0$ p und q bestimmen

$p = 3,4$

$q = -29,4$

$x_{1,2} = -\frac{p}{2} \pm \sqrt{\frac{p^2}{4} - q}$ Lösungsformel

$x_{1,2} = -\frac{3,4}{2} \pm \sqrt{\frac{3,4^2}{4} - (-29,4)}$

$x_{1,2} = -1,7 \pm \sqrt{\frac{11,56}{4} + 29,4}$

$x_{1,2} = -1,7 \pm \sqrt{2,89 + 29,4}$

$x_{1,2} = -1,7 \pm \sqrt{32,29}$

$x_{1,2} = -1,7 \pm 5,7$

$r_{2_1} = -1,7 + 5,7$

$r_{2_1} = 4\,\text{cm} \Rightarrow \underline{\underline{d_2 = 8\,\text{cm}}}$

$r_{2_2} = -1,7 - 5,7 = \cancel{-7,4}$ keine Lösung, da negativ