

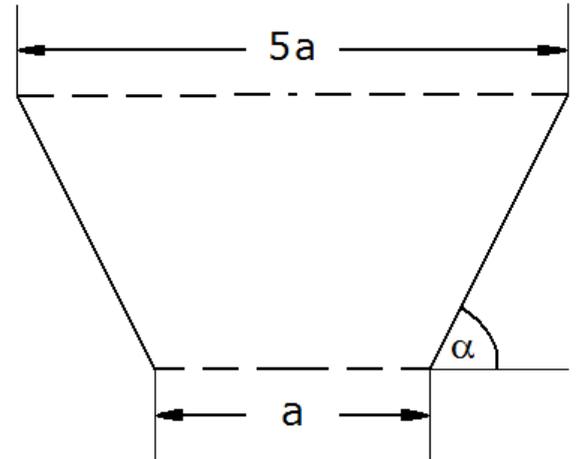
Aufgabe 1988 2c:

3 P

Die nebenstehende Skizze zeigt den unteren Teil eines weiteren Silos.

Finden Sie eine Formel für das Fassungsvermögen dieses Teiles in Abhängigkeit von a und α .

Welche Durchmesser ergeben sich daraus für ein Fassungsvermögen von $8,3 \text{ m}^3$, wenn für den Winkel $\alpha = 45^\circ$ gewählt wird?



Strategie 1988 2c:

Gegeben:

$$r_{\text{KeSt1}} = 2,5 a$$

$$r_{\text{KeSt2}} = 0,5 a$$

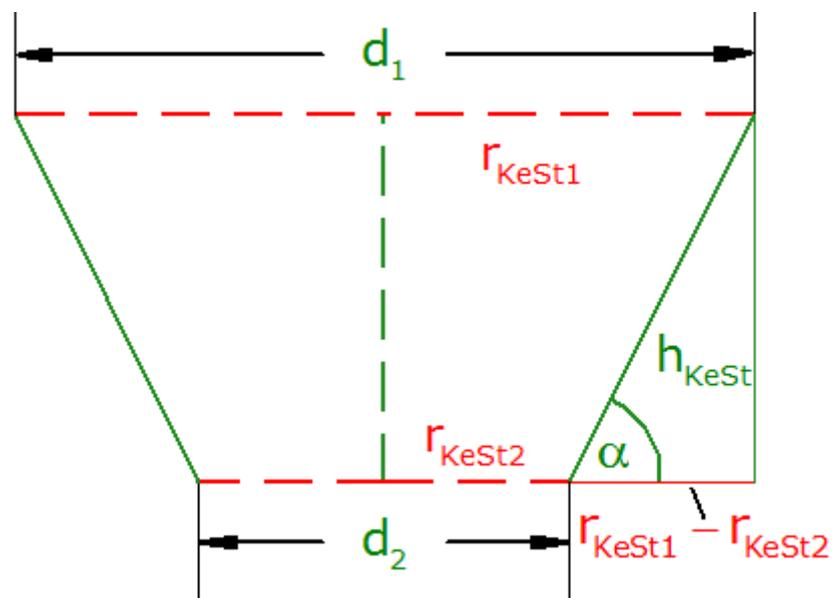
Gesucht:

$$V_{\text{KeSt}}$$

$$d_1$$

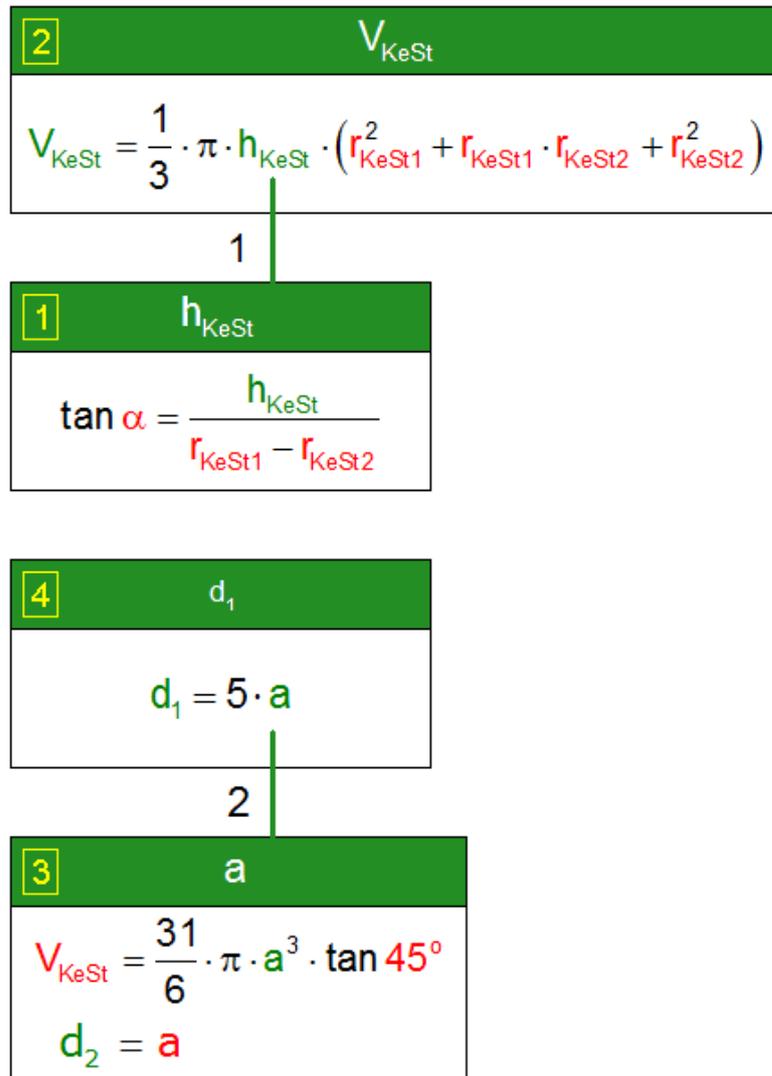
$$d_2$$

Skizze:



Strategie 1988 2c:

Struktogramm:



Lösung 1988 2c:

1. Berechnung der Kegelstumpfhöhe h_{KeSt} :

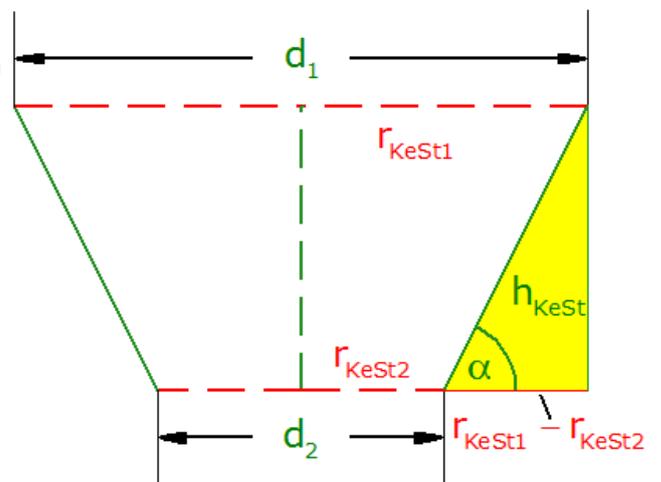
$\tan \alpha = \frac{\text{Gegenkathete}}{\text{Ankathete}} = \frac{h_{\text{KeSt}}}{r_{\text{KeSt}1} - r_{\text{KeSt}2}}$ Tangensfunktion im rechtwinkligen gelben Teildreieck

$\tan \alpha = \frac{h_{\text{KeSt}}}{2,5a - 0,5a}$

$\tan \alpha = \frac{h_{\text{KeSt}}}{2a}$ Seiten tauschen

$\frac{h_{\text{KeSt}}}{2a} = \tan \alpha \quad | \cdot 2a$

$h_{\text{KeSt}} = \tan \alpha \cdot 2a \text{ [LE]}$



Lösung 1988 2c:

2. Berechnung des Kegelstumpfvolumens V_{KeSt} :

$$V_{\text{KeSt}} = \frac{1}{3} \cdot \pi \cdot h_{\text{KeSt}} \cdot (r_{\text{KeSt1}}^2 + r_{\text{KeSt1}} \cdot r_{\text{KeSt2}} + r_{\text{KeSt2}}^2)$$

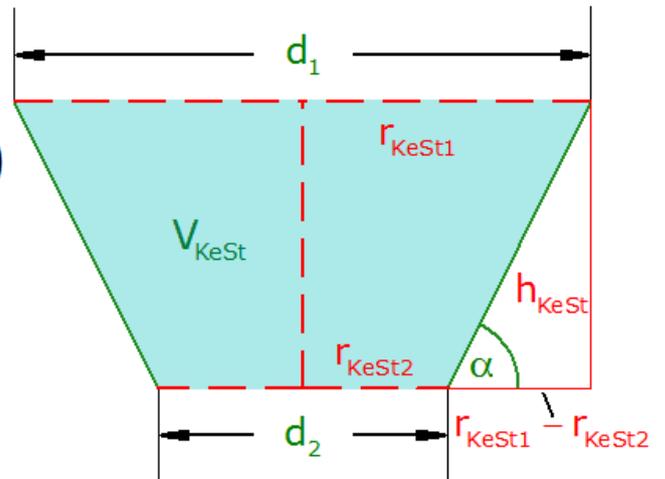
$$V_{\text{KeSt}} = \frac{1}{3} \cdot \pi \cdot 2a \cdot \tan \alpha \cdot ((2,5a)^2 + 2,5a \cdot 0,5a + (0,5a)^2)$$

$$V_{\text{KeSt}} = \frac{1}{3} \cdot \pi \cdot 2a \cdot \tan \alpha \cdot (6,25a^2 + 1,25a^2 + 0,25a^2)$$

$$V_{\text{KeSt}} = \frac{1}{3} \cdot \pi \cdot 2a \cdot \tan \alpha \cdot 7,75a^2$$

$$V_{\text{KeSt}} = \frac{15,5}{3} \cdot \pi \cdot a^3 \cdot \tan \alpha$$

$$V_{\text{KeSt}} = \frac{31}{6} \cdot \pi \cdot a^3 \cdot \tan \alpha \text{ [VE]}$$



3. Berechnung des Durchmessers d_2 :

$$V_{\text{KeSt}} = \frac{31}{6} \cdot \pi \cdot a^3 \cdot \tan \alpha$$

$$8,3 = \frac{31}{6} \cdot \pi \cdot a^3 \cdot \tan 45^\circ \quad \tan 45^\circ = 1$$

$$8,3 = \frac{31}{6} \cdot \pi \cdot a^3 \cdot 1 \quad \text{Seiten tauschen}$$

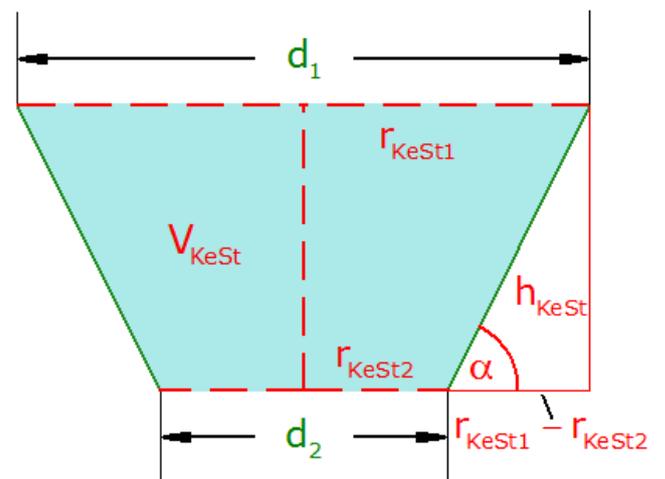
$$\frac{31}{6} \cdot \pi \cdot a^3 = 8,3 \quad \left| \cdot \frac{6}{31} \right.$$

$$\pi \cdot a^3 = 1,60645 \quad \left| : \pi \right.$$

$$a^3 = 0,51135 \quad \left| \sqrt[3]{} \right.$$

$$a = 0,8 \text{ m}$$

$$\underline{\underline{d_2 = 0,8 \text{ m}}}$$



4. Berechnung des Durchmessers d_1 :

$$d_1 = 5 \cdot a$$

$$d_1 = 5 \cdot 0,8$$

$$\underline{\underline{d_1 = 4 \text{ m}}}$$

