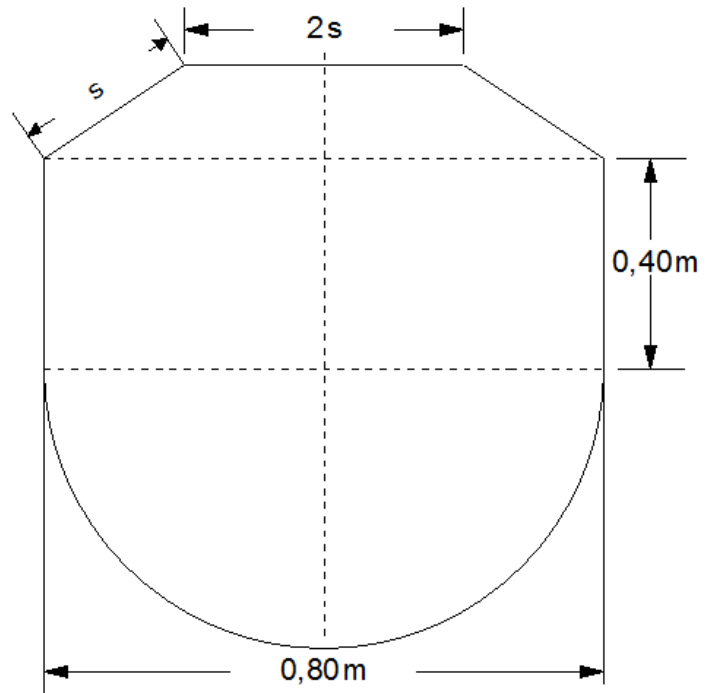


Aufgabe 1988 2b:

4 P

Eine Firma stellt Betonmischmaschinen her. Die Mischtrommeln sind jeweils aus Kegelstumpf, Zylinder und Halbkugel zusammengesetzt (siehe Skizze). In der Skizze ist eine andere Ausführung mit einer Außenfläche von $2,5 \text{ m}^2$ zu sehen. Berechnen Sie das Fassungsvermögen dieser Trommel (die Wandstärke bleibt unberücksichtigt).



Strategie 1988 2b:

Gegeben:

Kegelstumpf
Zylinder
Halbkugel

$$O = 2,5 \text{ m}^2$$

$$r_{\text{HKu}} = 0,40 \text{ m}$$

$$r_{\text{Zyl}} = 0,40 \text{ m}$$

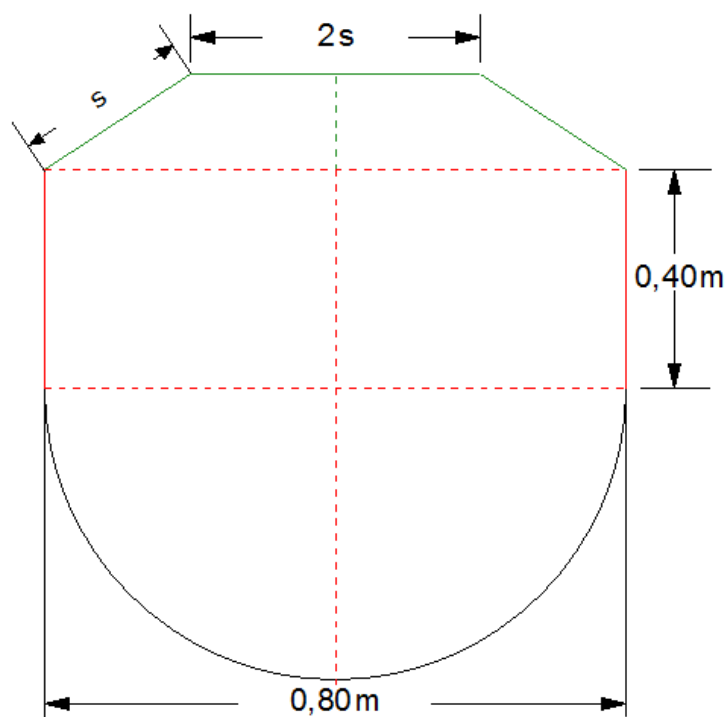
$$h_{\text{Zyl}} = 0,40 \text{ m}$$

$$r_{\text{Kest}_1} = 0,40 \text{ m}$$

Gesucht:

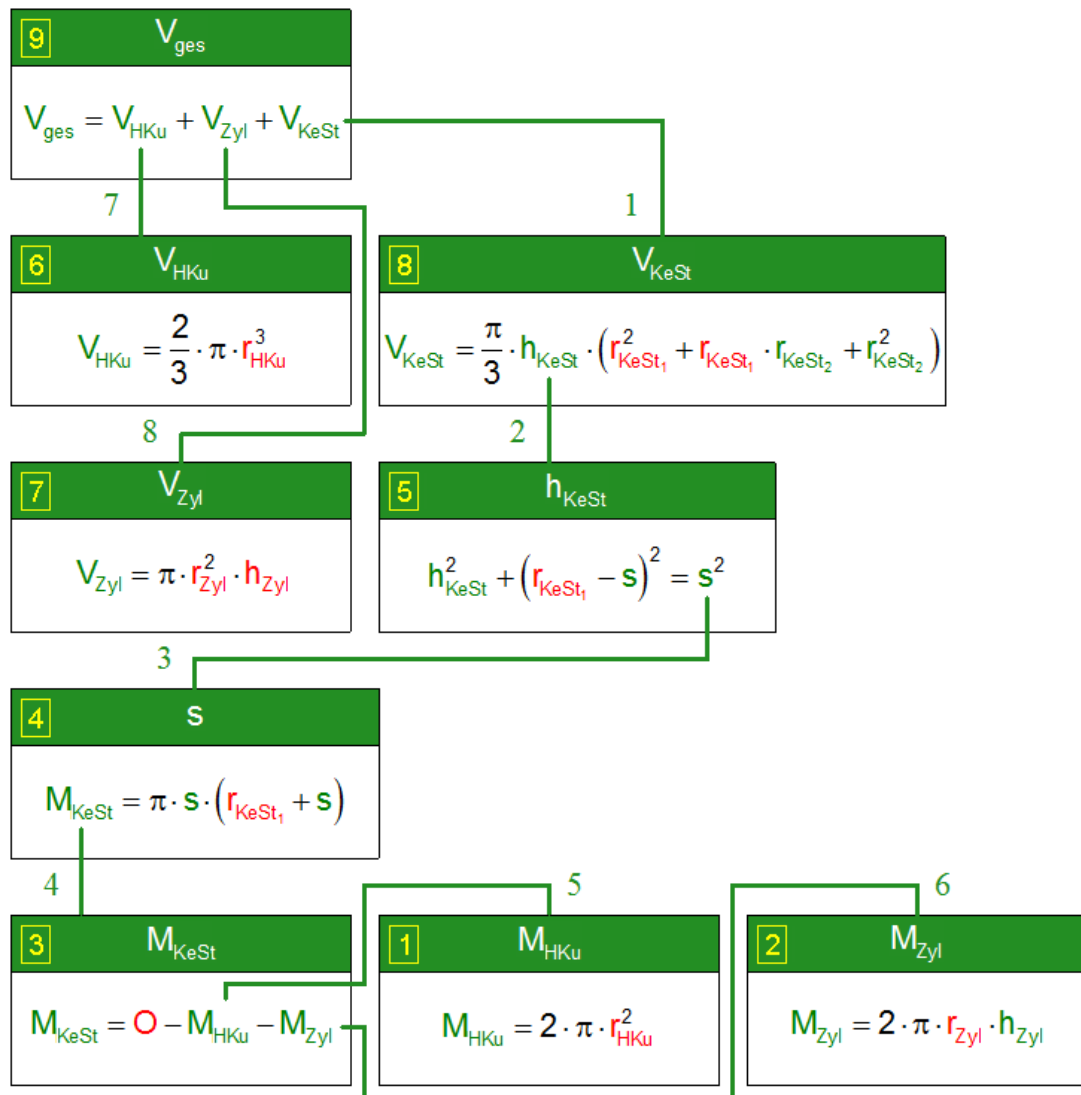
V_{ges}

Skizze:



Strategie 1988 2b:

Struktogramm:



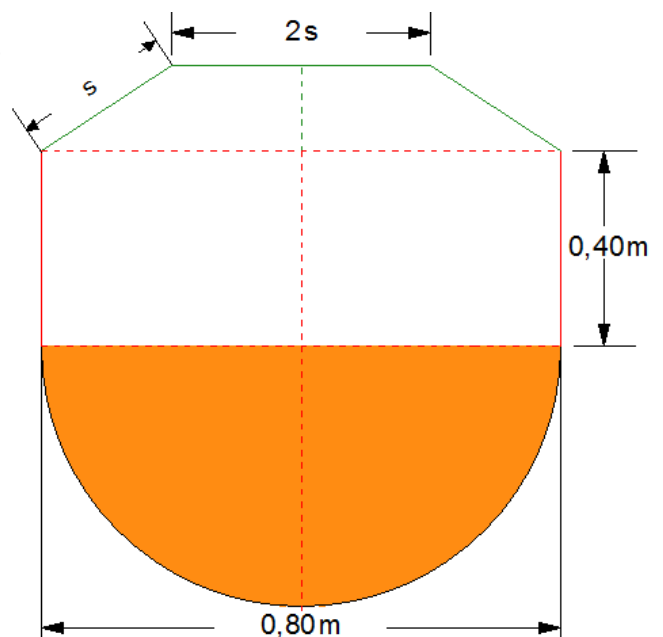
Lösung 1988 2b:

1. Berechnung des Halbkugel-Mantels M_{HKu} :

$$M_{HKu} = 2 \cdot \pi \cdot r_{HKu}^2 \quad \text{Formel Halbkugel-Mantel}$$

$$M_{HKu} = 2 \cdot \pi \cdot 0,4^2$$

$$\underline{M_{HKu} = 1,005 \text{m}^2}$$



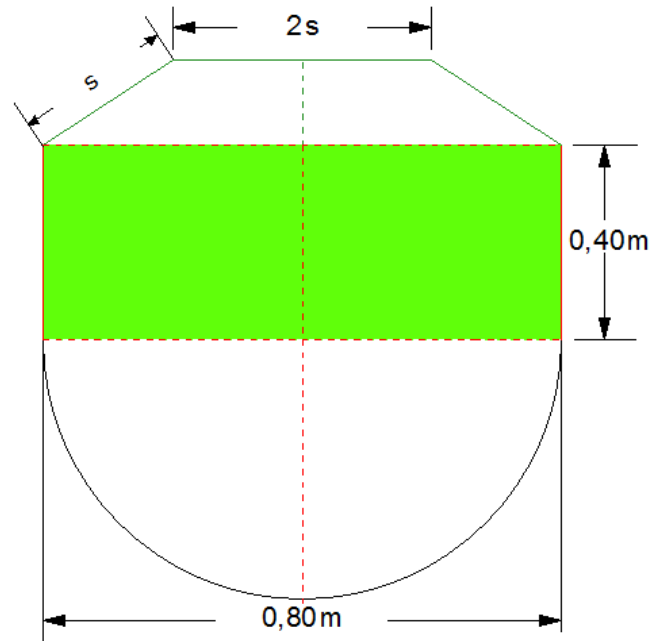
Lösung 1988 2b:

2. Berechnung des Zylinder-Mantels M_{Zyl} :

$$M_{\text{Zyl}} = 2 \cdot \pi \cdot r_{\text{Zyl}} \cdot h_{\text{Zyl}} \quad \text{Formel Zylinder-Mantel}$$

$$M_{\text{Zyl}} = 2 \cdot \pi \cdot 0,4 \cdot 0,4$$

$$M_{\text{Zyl}} = 1,005 \text{ m}^2$$

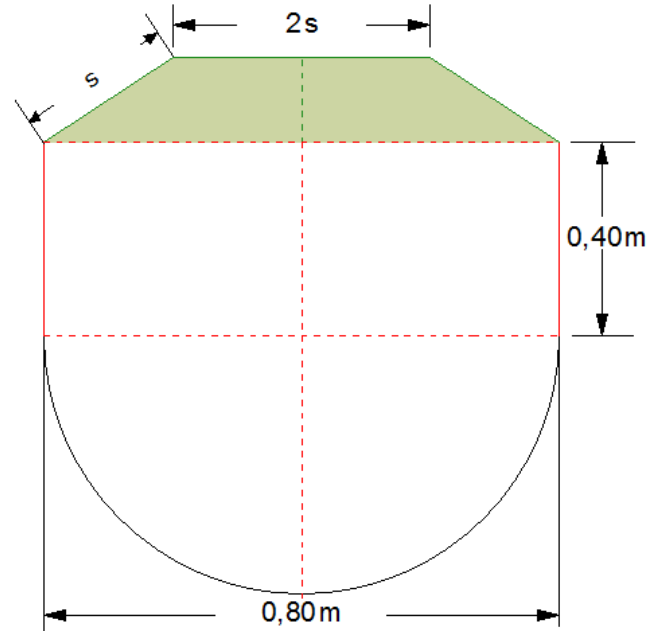


3. Berechnung des Kegelstumpf-Mantels M_{KeSt} :

$$M_{\text{KeSt}} = 0 - M_{\text{HKU}} - M_{\text{Zyl}}$$

$$M_{\text{KeSt}} = 2,5 - 1,005 - 1,005$$

$$M_{\text{KeSt}} = 0,49 \text{ m}^2$$



4. Berechnung der Strecke s:

$$M_{\text{KeSt}} = \pi \cdot s \cdot (r_{\text{KeSt}_1} + r_{\text{KeSt}_2})$$

$$M_{\text{KeSt}} = \pi \cdot s \cdot (r_{\text{KeSt}_1} + s)$$

$$0,49 = \pi \cdot s \cdot (0,4 + s)$$

$$0,156 = s \cdot (0,4 + s)$$

$$0,156 = 0,4s + s^2$$

$$s^2 + 0,4s = 0,156$$

$$s^2 + 0,4s - 0,156 = 0$$

$$s^2 + 0,4s - 0,156 = 0$$

$$x^2 + px + q = 0$$

$$p = 0,4$$

$$q = -0,156$$

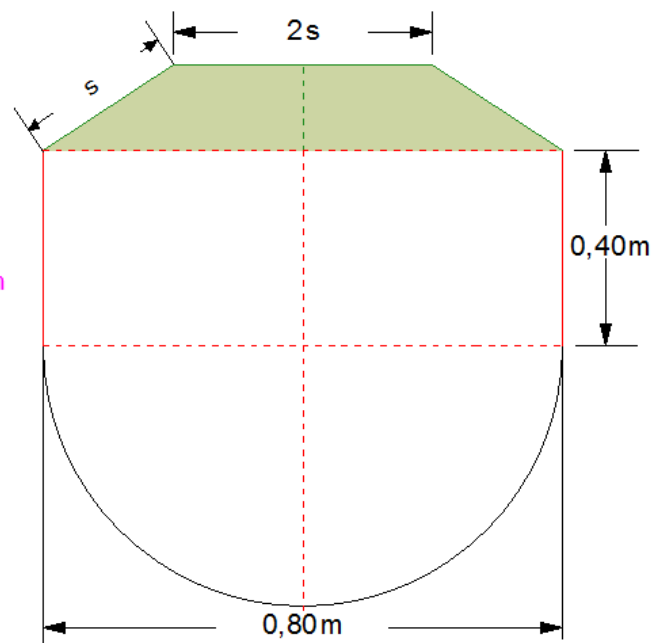
| : π

Klammer ausmultiplizieren

Seiten tauschen

| - 0,156

p und q bestimmen



Lösung 1988 2b:

$$x_{1,2} = -\frac{p}{2} \pm \sqrt{\frac{p^2}{4} - q}$$

Lösungsformel

$$x_{1,2} = -\frac{0,4}{2} \pm \sqrt{\frac{0,4^2}{4} - (-0,156)}$$

$$x_{1,2} = -0,2 \pm \sqrt{0,04 + 0,156}$$

$$x_{1,2} = -0,2 \pm \sqrt{0,196}$$

$$x_{1,2} = -0,2 \pm 0,44$$

$$x_1 = -0,2 + 0,44$$

$$x_1 = 0,24 \Rightarrow \underline{s = 0,24 \text{ m}}$$

$$x_2 = -0,2 - 0,44$$

$$\cancel{x_2 = -0,64}$$

keine Lösung,
da negativ

5. Berechnung der Kegelstumpf-Höhe h_{KeSt} :

$$h_{\text{KeSt}}^2 + (r_{\text{KeSt}_1} - s)^2 = s^2$$

Pythagoras im
rechtwinkligen
gelben
Teildreieck

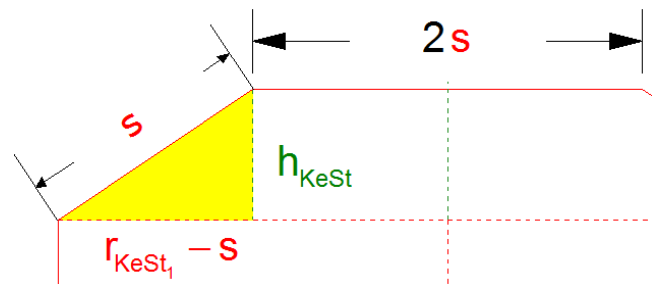
$$h_{\text{KeSt}}^2 + (0,4 - 0,24)^2 = 0,24^2$$

$$h_{\text{KeSt}}^2 + 0,16^2 = 0,24^2$$

$$h_{\text{KeSt}}^2 + 0,0256 = 0,0576 \quad | -0,0256$$

$$h_{\text{KeSt}}^2 = 0,032 \quad | \sqrt{}$$

$$\underline{h_{\text{KeSt}} = 0,18 \text{ m}}$$



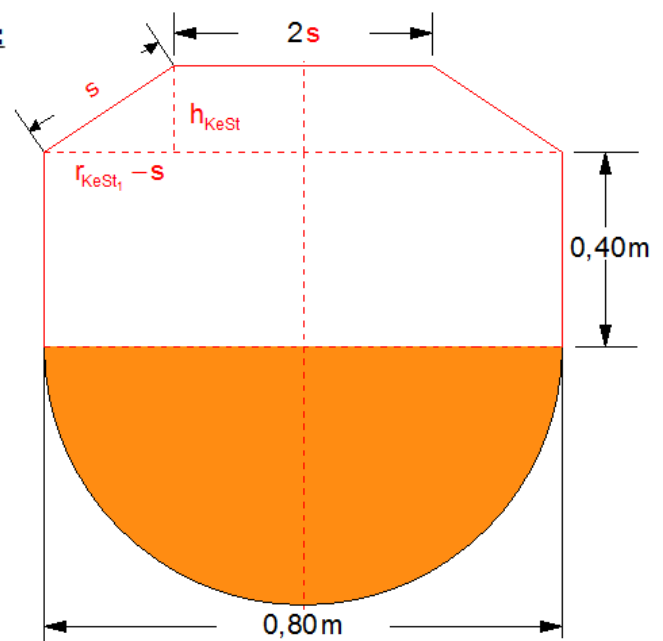
6. Berechnung des Halbkugel-Volumens V_{HKu} :

$$V_{\text{HKu}} = \frac{2}{3} \cdot \pi \cdot r_{\text{HKu}}^3$$

Formel Halbkugel-
Volumen

$$V_{\text{HKu}} = \frac{2}{3} \cdot \pi \cdot 0,4^3$$

$$\underline{V_{\text{HKu}} = 0,134 \text{ m}^3}$$



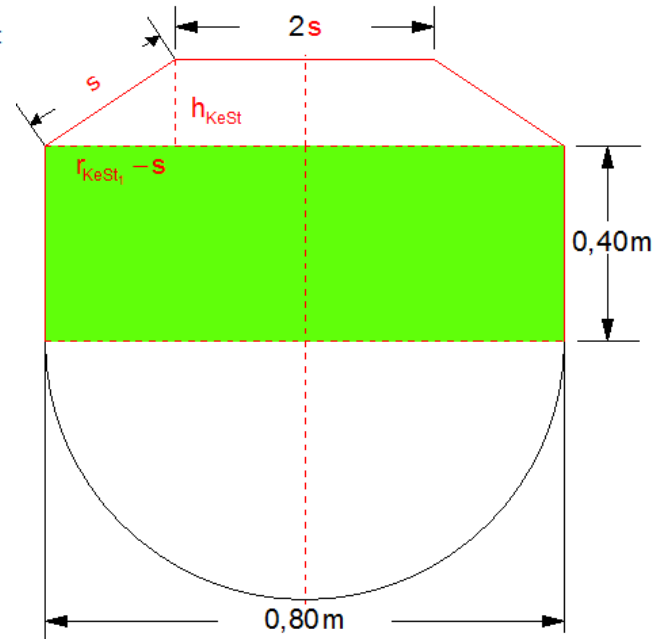
Lösung 1988 2b:

7. Berechnung des Zylinder-Volumens V_{Zyl} :

$$V_{\text{Zyl}} = \pi \cdot r_{\text{Zyl}}^2 \cdot h_{\text{Zyl}} \quad \text{Formel Zylinder-Volumen}$$

$$V_{\text{Zyl}} = \pi \cdot 0,4^2 \cdot 0,4$$

$$\underline{V_{\text{Zyl}} = 0,201 \text{ m}^3}$$



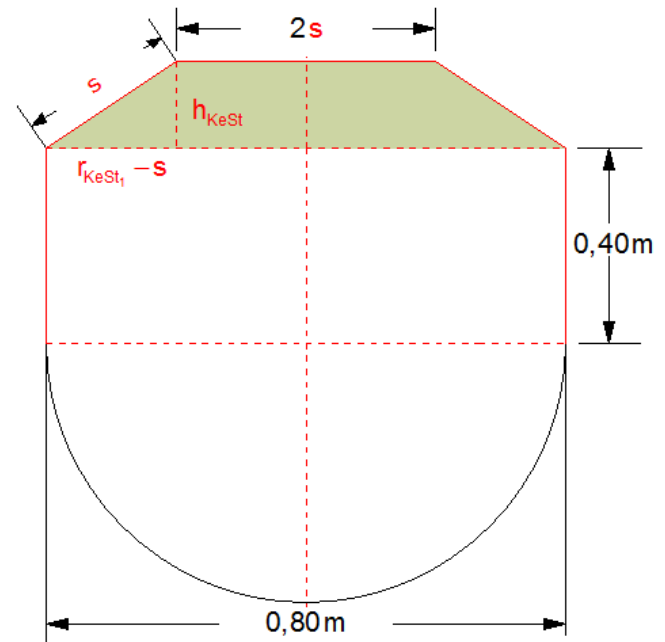
8. Berechnung des Kegelstumpf-Volumens V_{KeSt} :

$$V_{\text{KeSt}} = \frac{\pi}{3} \cdot h_{\text{KeSt}} \cdot (r_{\text{KeSt}_1}^2 + r_{\text{KeSt}_1} \cdot r_{\text{KeSt}_2} + r_{\text{KeSt}_2}^2)$$

$$V_{\text{KeSt}} = \frac{\pi}{3} \cdot 0,18 \cdot (0,4^2 + 0,4 \cdot 0,24 + 0,24^2)$$

$$V_{\text{KeSt}} = \frac{\pi}{3} \cdot 0,18 \cdot 0,3136$$

$$\underline{V_{\text{KeSt}} = 0,06 \text{ m}^3}$$



9. Berechnung des Gesamt-Volumens V_{ges} :

$$V_{\text{ges}} = V_{\text{HKu}} + V_{\text{Zyl}} + V_{\text{KeSt}}$$

$$V_{\text{ges}} = 0,134 + 0,201 + 0,06$$

$$\underline{\underline{V_{\text{ges}} = 0,395 \text{ m}^3}}$$

