

Aufgabe 1986 2b:

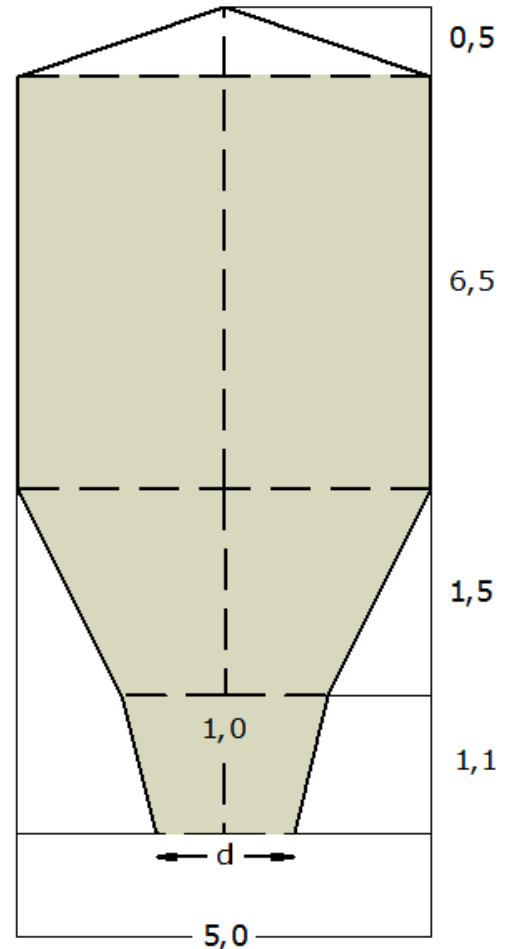
4 P

Welches Fassungsvermögen hat das Silo ohne den kegelförmigen Dachraum (siehe Skizze Aufgabe 2a)?

Die untere Öffnung des Silos wird mit einem Auslaßstutzen versehen (siehe Skizze).

Der Stutzen ist 1,1 m hoch und erhöht das Fassungsvermögen des Silos um $0,4 \text{ m}^3$.

Berechnen Sie den unteren Durchmesser d des Stutzens. (Alle Maße sind in Metern angegeben.)



Strategie 1986 2b:

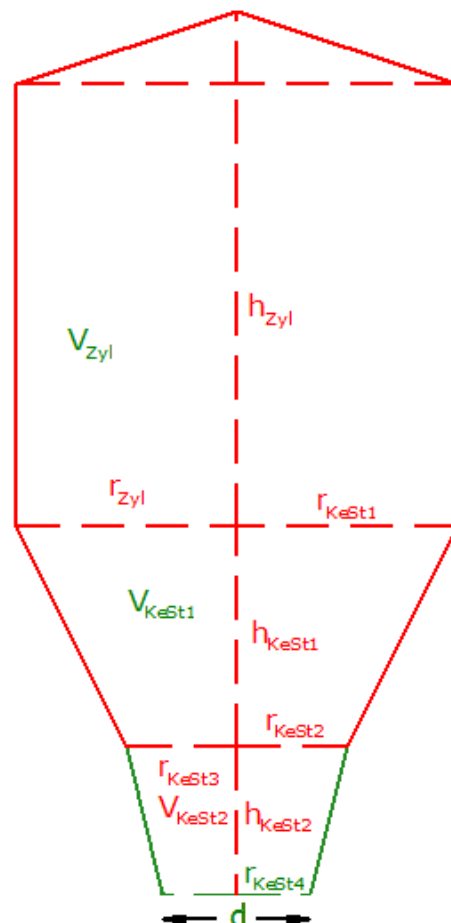
Gegeben:

- $h_{\text{Zyl}} = 6,5 \text{ m}$
- $r_{\text{Zyl}} = 2,5 \text{ m}$
- $h_{\text{KeSt}_1} = 1,5 \text{ m}$
- $r_{\text{KeSt}_1} = 2,5 \text{ m}$
- $r_{\text{KeSt}_2} = 0,5 \text{ m}$
- $h_{\text{KeSt}_2} = 1,1 \text{ m}$
- $V_{\text{KeSt}_2} = 0,4 \text{ m}^3$

Gesucht:

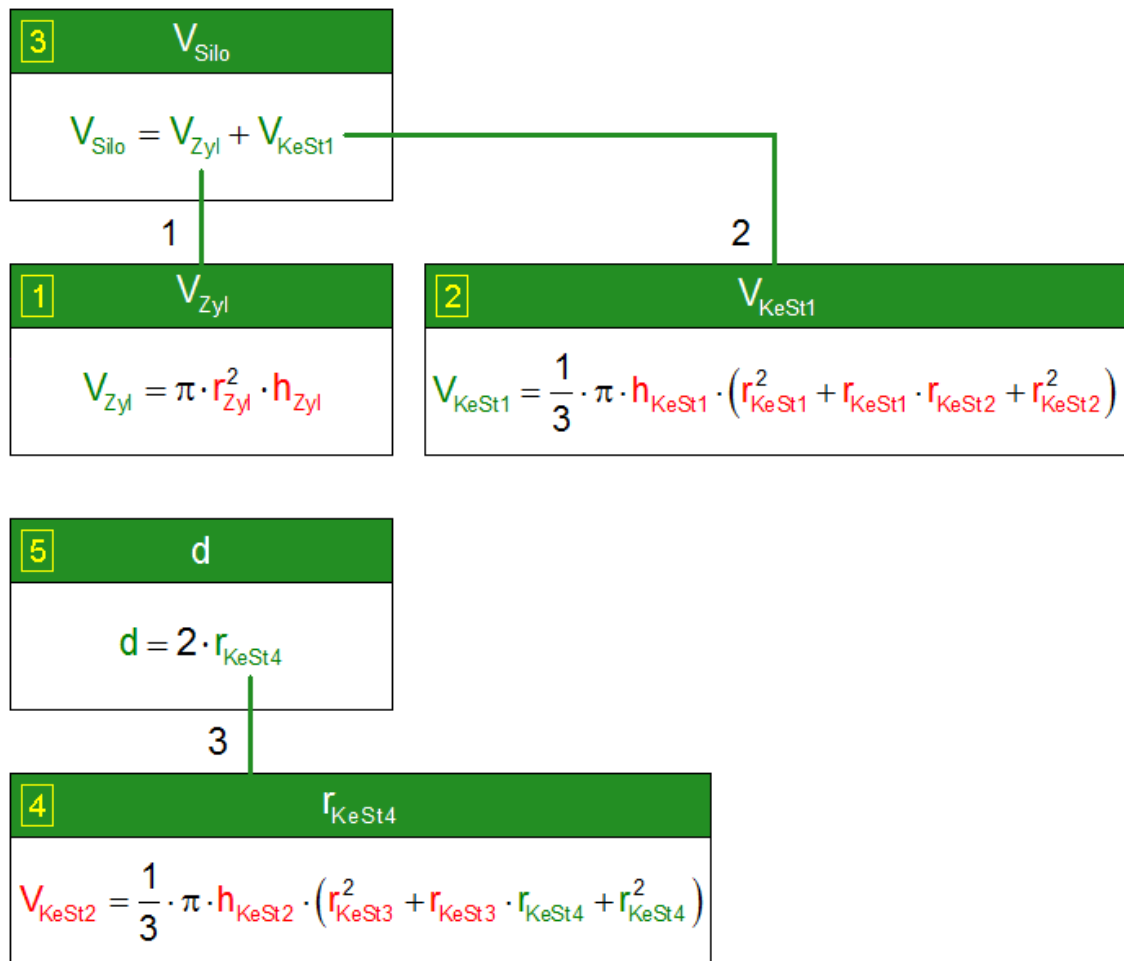
- V_{Silo}
- d

Skizze:



Strategie 1986 2b:

Struktogramm:



Lösung 1986 2b:

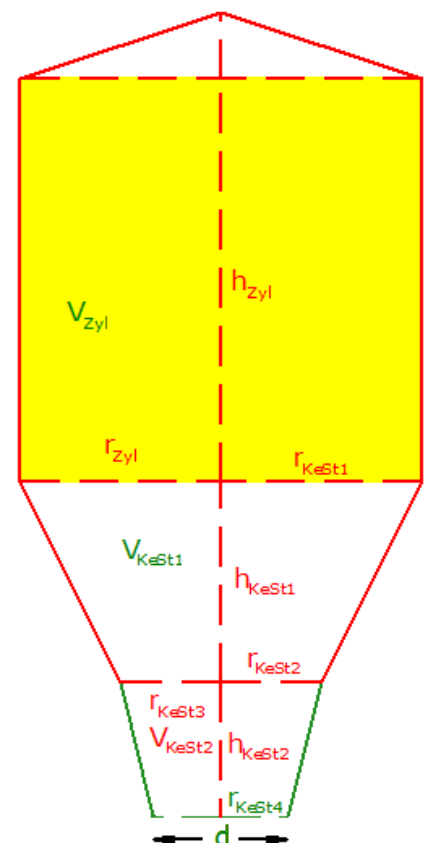
1. Berechnung des Zylindervolumens V_{Zyl} :

$$V_{\text{Zyl}} = \pi \cdot r_{\text{Zyl}}^2 \cdot h_{\text{Zyl}}$$

$$V_{\text{Zyl}} = \pi \cdot 2,5^2 \cdot 6,5$$

$$V_{\text{Zyl}} = \pi \cdot 6,25 \cdot 6,5$$

$$\underline{V_{\text{Zyl}} = 127,6 \text{ m}^3}$$



Lösung 1986 2b:

2. Berechnung des Kegelstumpfvolumens V_{KeSt1} :

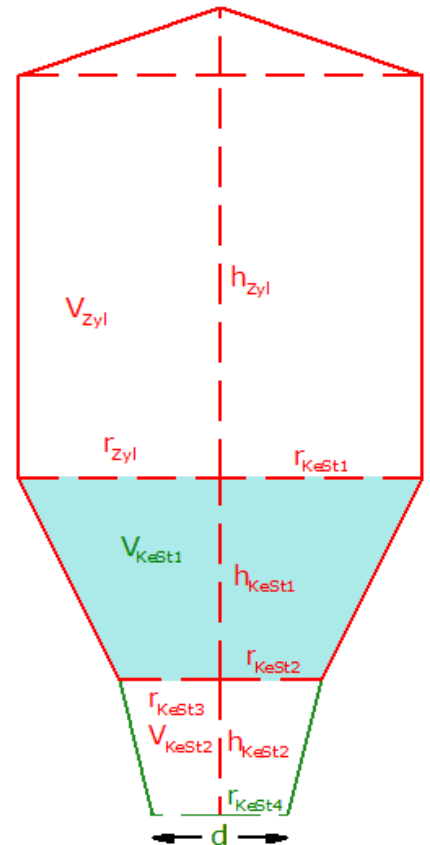
$$V_{\text{KeSt1}} = \frac{1}{3} \cdot \pi \cdot h_{\text{KeSt1}} \cdot (r_{\text{KeSt1}}^2 + r_{\text{KeSt1}} \cdot r_{\text{KeSt2}} + r_{\text{KeSt2}}^2)$$

$$V_{\text{KeSt1}} = \frac{1}{3} \cdot \pi \cdot 1,5 \cdot (2,5^2 + 2,5 \cdot 0,5 + 0,5^2)$$

$$V_{\text{KeSt1}} = \frac{1}{3} \cdot \pi \cdot 1,5 \cdot (6,25 + 1,25 + 0,25)$$

$$V_{\text{KeSt1}} = \frac{1}{3} \cdot \pi \cdot 1,5 \cdot 7,75$$

$$\underline{V_{\text{KeSt1}} = 12,2 \text{ m}^3}$$

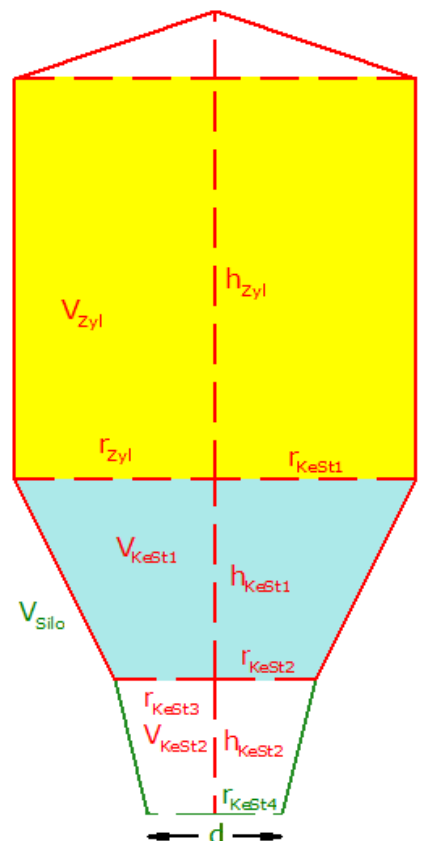


3. Berechnung des Silovolumens V_{Silo} :

$$V_{\text{Silo}} = V_{\text{Zyl}} + V_{\text{KeSt1}}$$

$$V_{\text{Silo}} = 127,6 + 12,2$$

$$\underline{\underline{V_{\text{Silo}} = 139,8 \text{ m}^3}}$$



Lösung 1986 2b:

4. Berechnung des Stutzenradius r_{KeSt4} :

$$V_{\text{KeSt2}} = \frac{1}{3} \cdot \pi \cdot h_{\text{KeSt2}} \cdot (r_{\text{KeSt3}}^2 + r_{\text{KeSt3}} \cdot r_{\text{KeSt4}} + r_{\text{KeSt4}}^2)$$

$$0,4 = \frac{1}{3} \cdot \pi \cdot 1,1 \cdot (0,5^2 + 0,5 \cdot r_{\text{KeSt4}} + r_{\text{KeSt4}}^2)$$

$$0,4 = \frac{1}{3} \cdot \pi \cdot 1,1 \cdot (0,25 + 0,5 \cdot r_{\text{KeSt4}} + r_{\text{KeSt4}}^2)$$

$$0,4 = 1,15 \cdot (0,25 + 0,5 \cdot r_{\text{KeSt4}} + r_{\text{KeSt4}}^2)$$

$$0,4 = 0,2875 + 0,575 \cdot r_{\text{KeSt4}} + 1,15 \cdot r_{\text{KeSt4}}^2$$

$$1,15 \cdot r_{\text{KeSt4}}^2 + 0,575 \cdot r_{\text{KeSt4}} + 0,2875 = 0,4$$

$$1,15 \cdot r_{\text{KeSt4}}^2 + 0,575 \cdot r_{\text{KeSt4}} - 0,1125 = 0$$

$$r_{\text{KeSt4}}^2 + 0,5 \cdot r_{\text{KeSt4}} - 0,097 = 0$$

$$r_{\text{KeSt4}}^2 + 0,5 \cdot r_{\text{KeSt4}} - 0,097 = 0$$

$$x^2 + p x + q = 0$$

$$p = 0,5$$

$$q = -0,097$$

$$x_{1,2} = -\frac{p}{2} \pm \sqrt{\frac{p^2}{4} - q}$$

$$x_{1,2} = -\frac{0,5}{2} \pm \sqrt{\frac{0,5^2}{4} - (-0,097)}$$

$$x_{1,2} = -0,25 \pm \sqrt{\frac{0,25}{4} + 0,097}$$

$$x_{1,2} = -0,25 \pm \sqrt{0,0625 + 0,097}$$

$$x_{1,2} = -0,25 \pm \sqrt{0,1595}$$

$$x_{1,2} = -0,25 \pm 0,4$$

$$x_1 = -0,25 + 0,4$$

$$x_1 = 0,15$$

$$x_2 = -0,25 - 0,4$$

$$x_2 = -0,65$$

$$r_{\text{KeSt4}} = 0,15 \text{ m}$$

Seiten tauschen

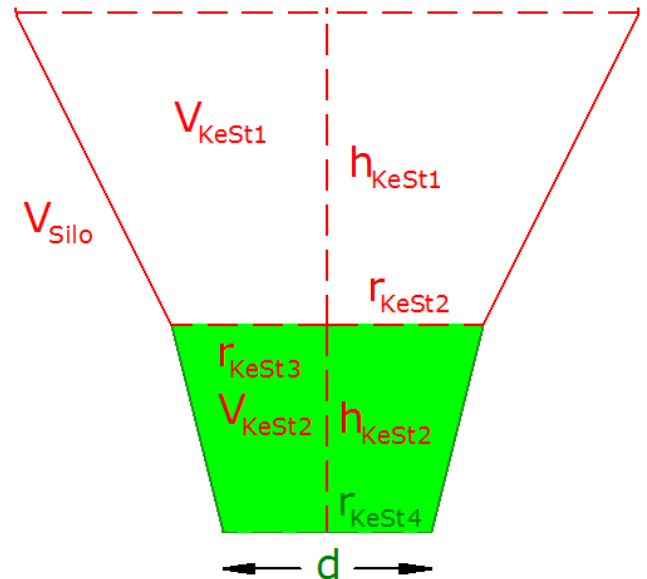
$$| -0,4$$

$$| : 1,15$$

Quadratische Gleichung in der Normalform

Lösungsformel

keine Lösung, da negativ



5. Berechnung des Stutzendurchmessers d:

$$d = 2 \cdot r_{\text{KeSt4}}$$

$$d = 2 \cdot 0,15$$

$$d = 0,30 \text{ m}$$