

Aufgabe 1985 2a:

4 P

Ein Werkstück besteht aus einem Zylinder mit zwei aufgesetzten gleich großen Kegelstümpfen (siehe Skizze). Es hat folgende Maße:

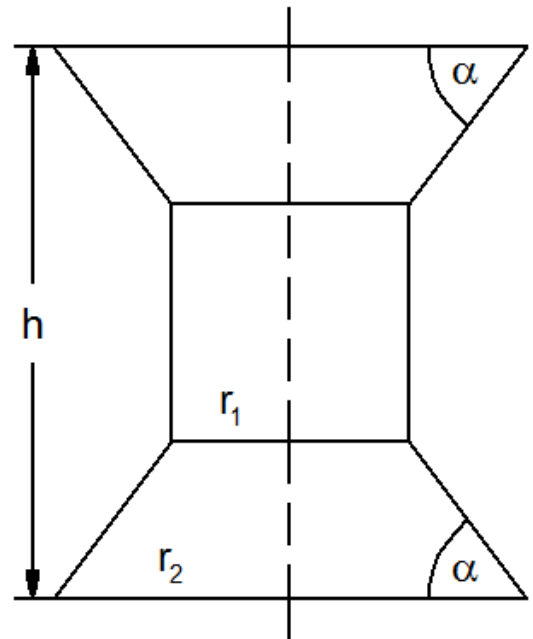
$$r_1 = 0,55 \text{ cm}$$

$$r_2 = 2,20 \text{ cm}$$

$$h = 8,80 \text{ cm}$$

$$\alpha = 45^\circ$$

Berechnen Sie die Oberfläche dieses Werkstückes.



Strategie 1985 2a:

Gegeben:

Zylinder

Kegelstümpfe

$$r_1 = 0,55 \text{ cm}$$

$$r_2 = 2,20 \text{ cm}$$

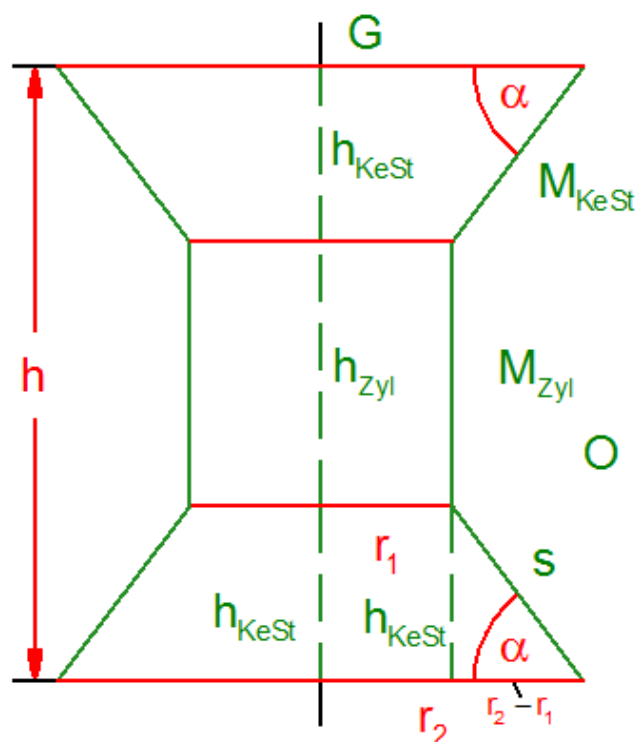
$$h = 8,80 \text{ cm}$$

$$\alpha = 45^\circ$$

Gesucht:

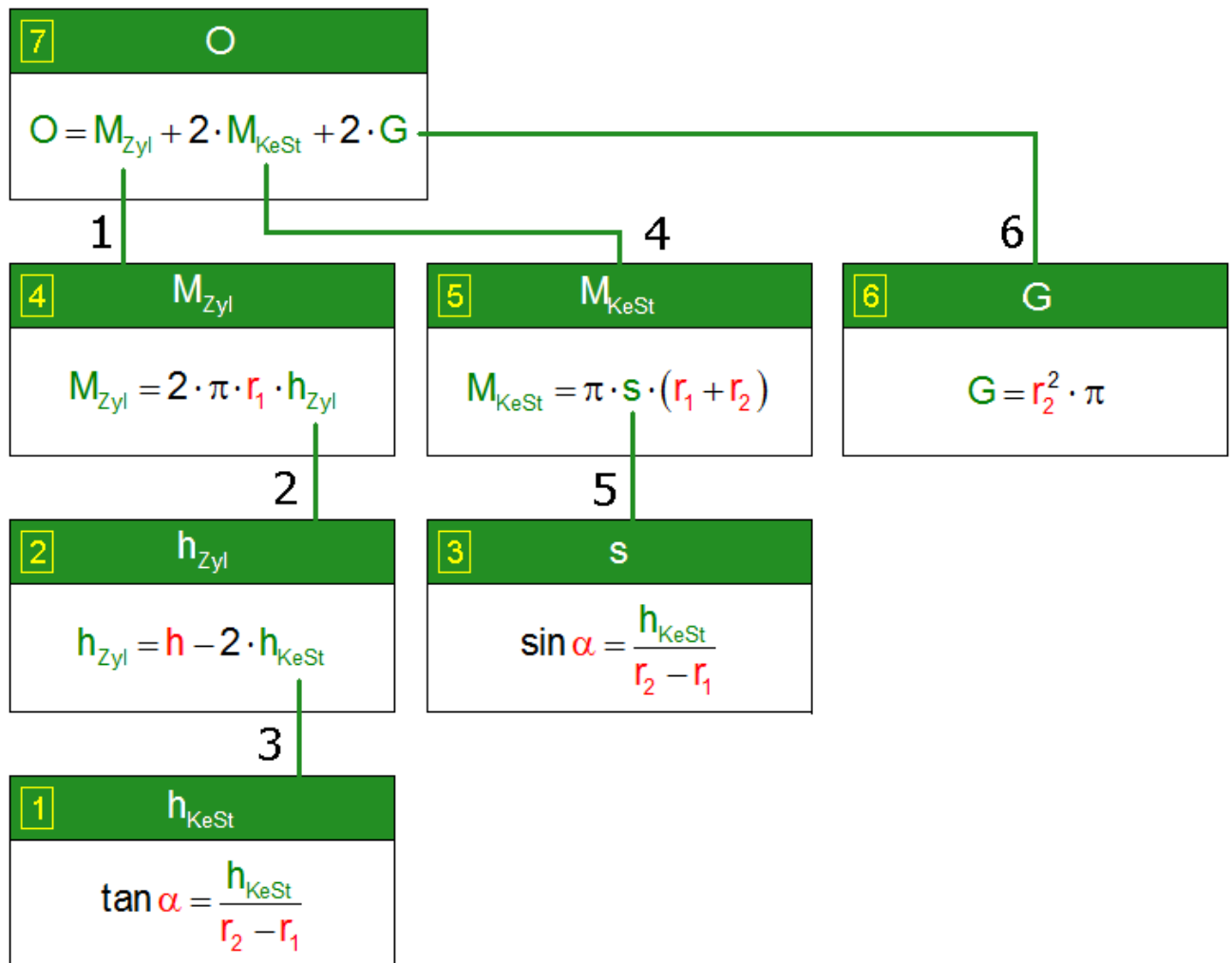
O

Skizze:



Strategie 1985 2a:

Struktogramm:



Lösung 1985 2a:

1. Berechnung der Kegelstumpfhöhe h_{KeSt} :

$$\tan \alpha = \frac{\text{Gegenkathete}}{\text{Ankathete}} = \frac{h_{KeSt}}{r_2 - r_1} \quad \text{Tangensfunktion im rechtwinkligen gelben Teildreieck}$$

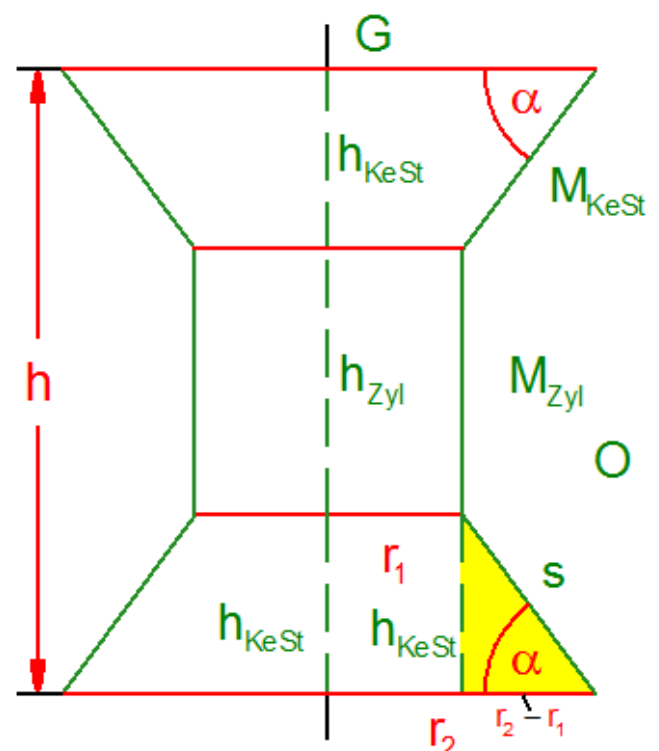
$$\tan 45^\circ = \frac{h_{KeSt}}{2,20 - 0,55}$$

$$1 = \frac{h_{KeSt}}{1,65}$$

Seiten tauschen

$$\frac{h_{KeSt}}{1,65} = 1$$

$$\underline{h_{KeSt} = 1,65 \text{ cm}}$$



Lösung 1985 2a:

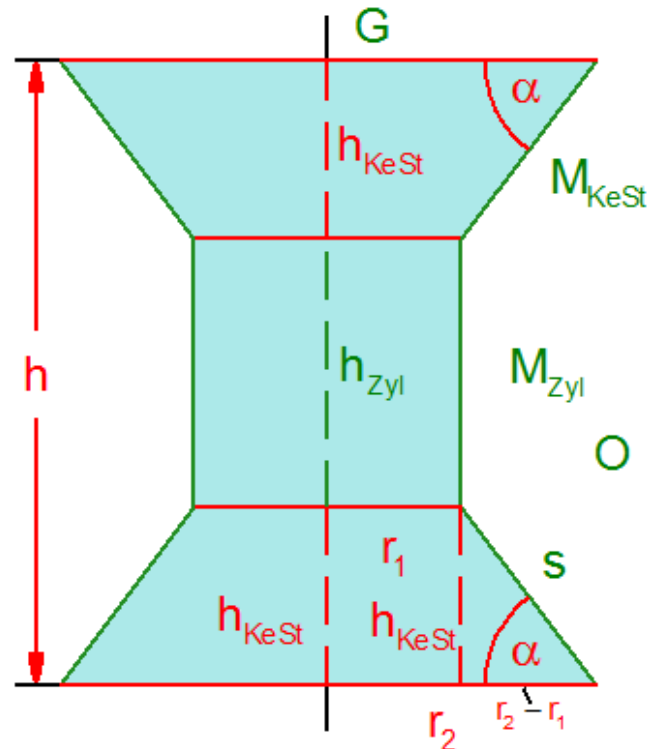
2. Berechnung der Zylinderhöhe h_{Zyl} :

$$h_{\text{Zyl}} = h - 2 \cdot h_{\text{KeSt}}$$

$$h_{\text{Zyl}} = 8,80 - 2 \cdot 1,65$$

$$h_{\text{Zyl}} = 8,80 - 3,30$$

$$\underline{h_{\text{Zyl}} = 5,50 \text{ cm}}$$



3. Berechnung der Kegelstumpf-Mantellinie s:

$$\sin \alpha = \frac{\text{Gegenkathete}}{\text{Hypotenuse}} = \frac{h_{\text{KeSt}}}{s}$$

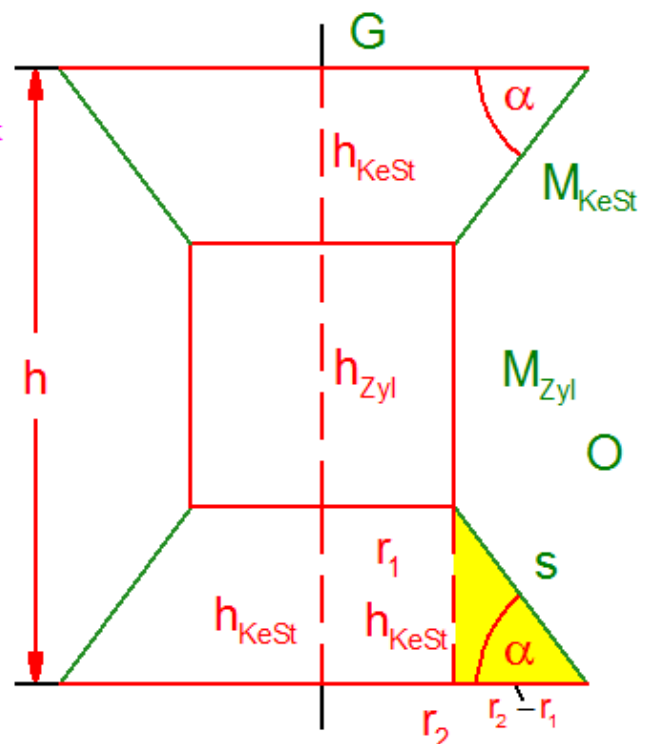
Sinusfunktion im rechtwinkligen gelben Teildreieck

$$\sin 45^\circ = \frac{1,65}{s}$$

$$0,7071 = \frac{1,65}{s}$$

$$s \cdot 0,7071 = 1,65$$

$$\underline{s = 2,33 \text{ cm}}$$



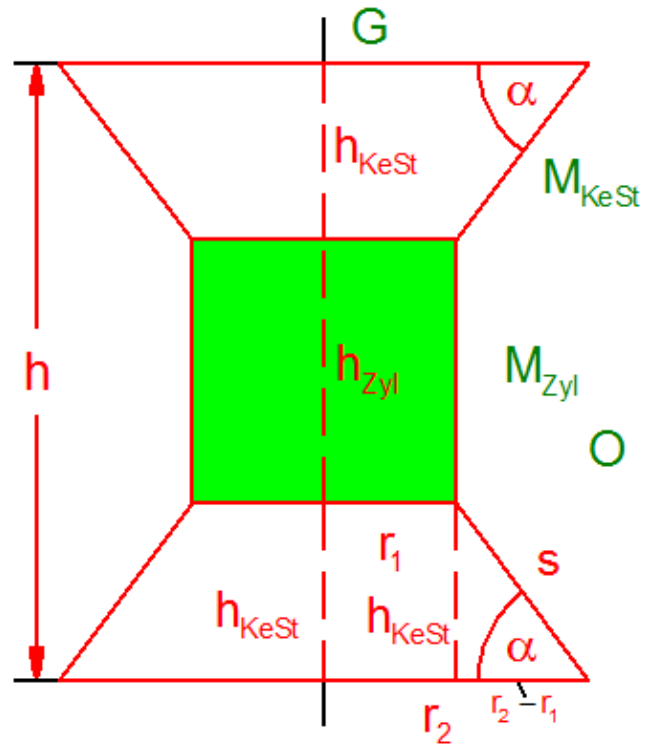
Lösung 1985 2a:

4. Berechnung des Zylindermantels M_{Zyl} :

$$M_{\text{Zyl}} = 2 \cdot \pi \cdot r_1 \cdot h_{\text{Zyl}}$$

$$M_{\text{Zyl}} = 2 \cdot \pi \cdot 0,55 \cdot 5,5$$

$$\underline{M_{\text{Zyl}} = 19,01 \text{ cm}^2}$$



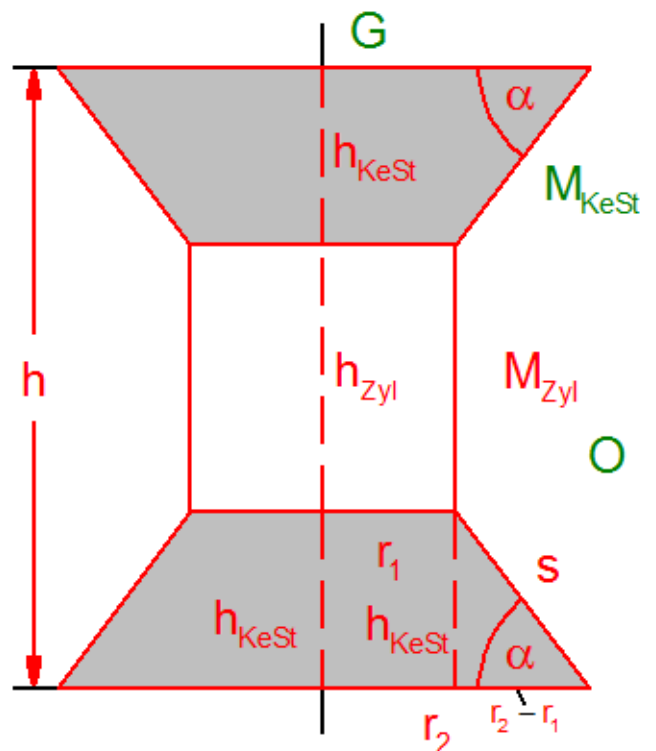
5. Berechnung des Kegelstumpfmantels M_{KeSt} :

$$M_{\text{KeSt}} = \pi \cdot s \cdot (r_1 + r_2)$$

$$M_{\text{KeSt}} = \pi \cdot 2,33 \cdot (0,55 + 2,20)$$

$$M_{\text{KeSt}} = \pi \cdot 2,33 \cdot 2,75$$

$$\underline{M_{\text{KeSt}} = 20,13 \text{ cm}^2}$$



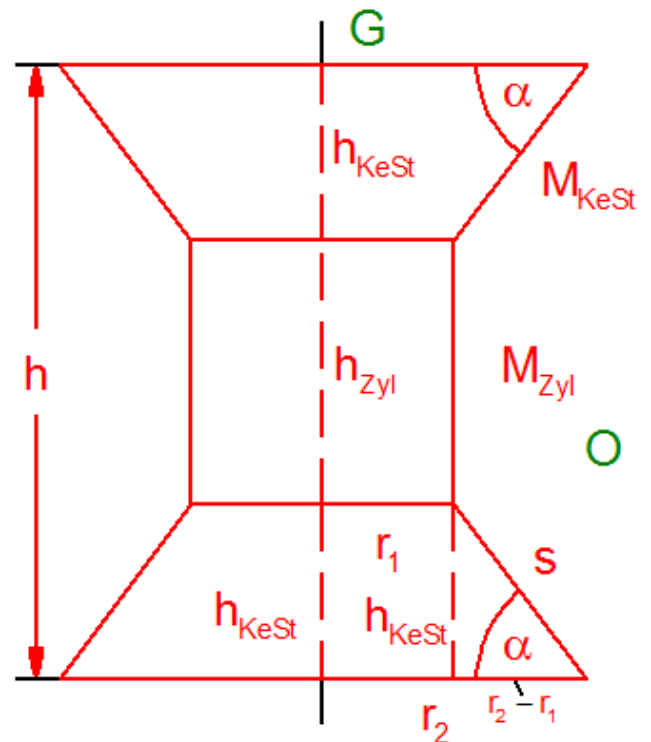
Lösung 1985 2a:

6. Berechnung der Kegelstumpf-Grundfläche G:

$$G = r_2^2 \cdot \pi$$

$$G = 2,2^2 \cdot \pi$$

$$G = 15,21 \text{ cm}^2$$



7. Berechnung der Körperoberfläche O:

$$O = M_{\text{Zyl}} + 2 \cdot M_{\text{KeSt}} + 2 \cdot G$$

$$O = 19,01 + 2 \cdot 20,13 + 2 \cdot 15,21$$

$$O = 19,01 + 40,26 + 30,42$$

$$O = 89,69 \text{ cm}^2$$

