

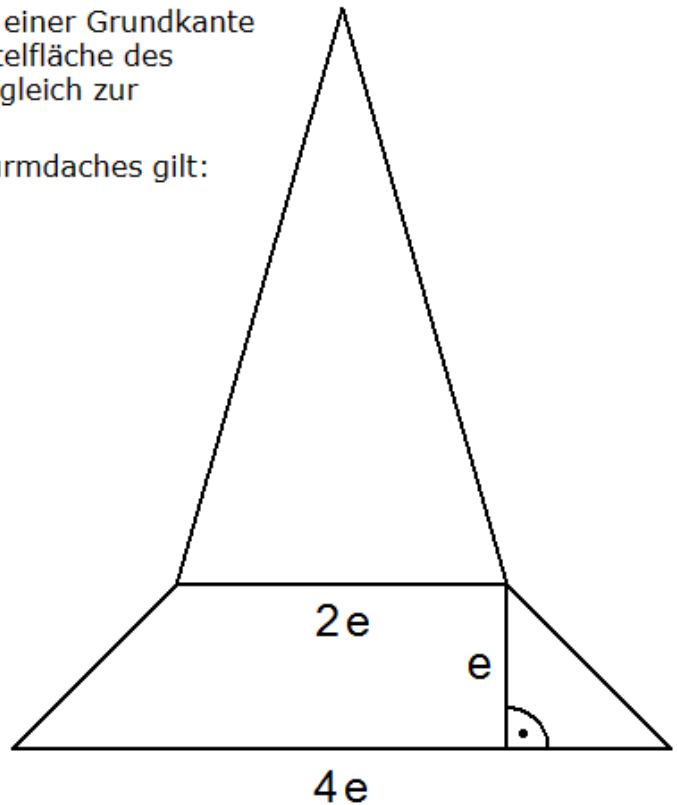
Aufgabe 1985 1c:

3 P

Der nebenstehende Achsenschnitt parallel zu einer Grundkante zeigt ein entsprechendes Turmdach. Die Mantelfläche des quadratischen Pyramidenstumpfes ist flächengleich zur Mantelfläche der aufgesetzten Pyramide.

Zeigen Sie, daß für die Gesamthöhe h des Turmdaches gilt:

$$h = 5,12 e.$$



Strategie 1985 1c:

Gegeben:

$$a_1 = 4e$$

$$a_2 = 2e$$

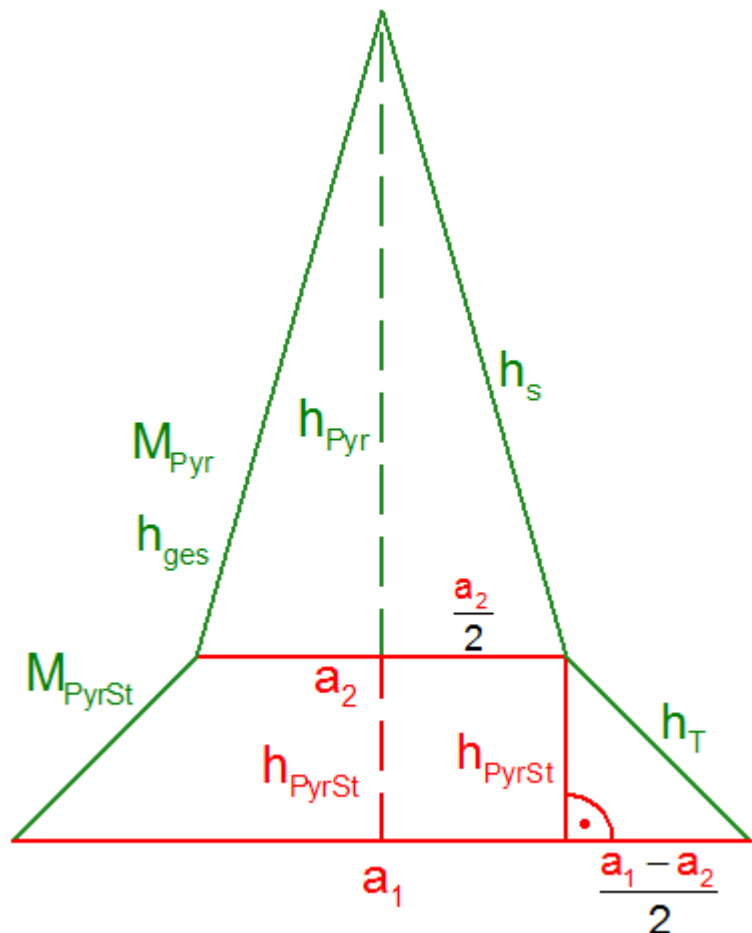
$$h_{\text{PyrSt}} = e$$

$$M_{\text{PyrSt}} = M_{\text{Pyr}}$$

Skizze:

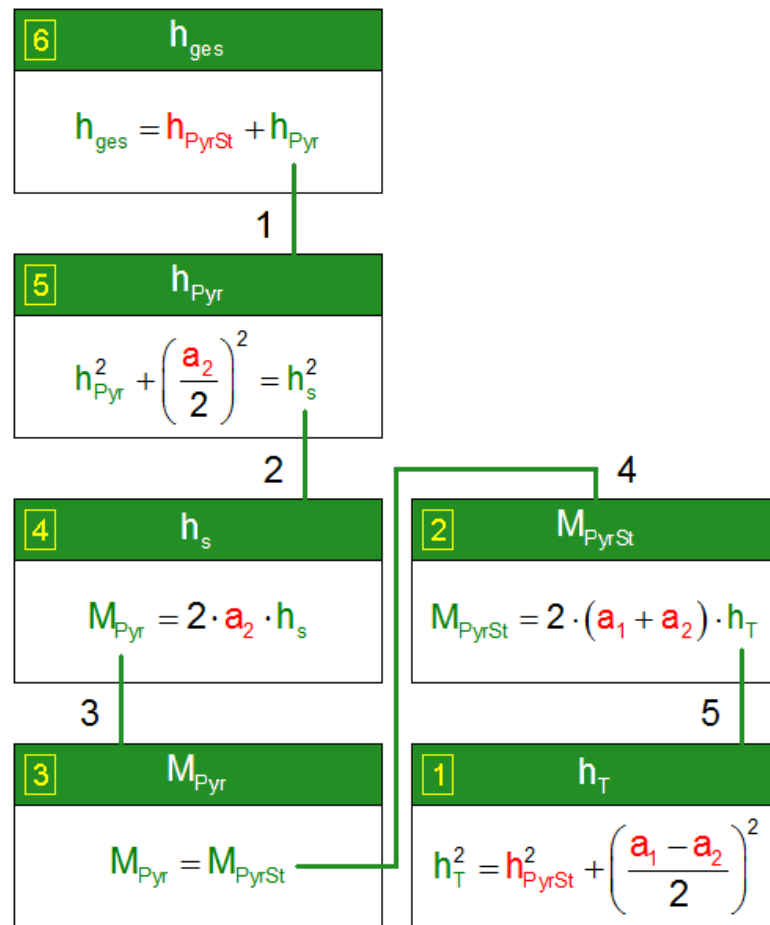
Gesucht:

$$h_{\text{ges}} = 5,12 e$$



Strategie 1985 1c:

Struktogramm:



Lösung 1985 1c:

**1. Berechnung der Seitenflächenhöhe
des Pyramidenstumpfes h_T :**

$$h_T^2 = h_{PyrSt}^2 + \left(\frac{a_1 - a_2}{2}\right)^2 \quad \text{Pythagoras im rechtwinkligen gelben Teildreieck}$$

$$h_T^2 = e^2 + \left(\frac{4e - 2e}{2}\right)^2$$

$$h_T^2 = e^2 + \left(\frac{2e}{2}\right)^2$$

$$h_T^2 = e^2 + e^2$$

$$h_T^2 = 2e^2$$

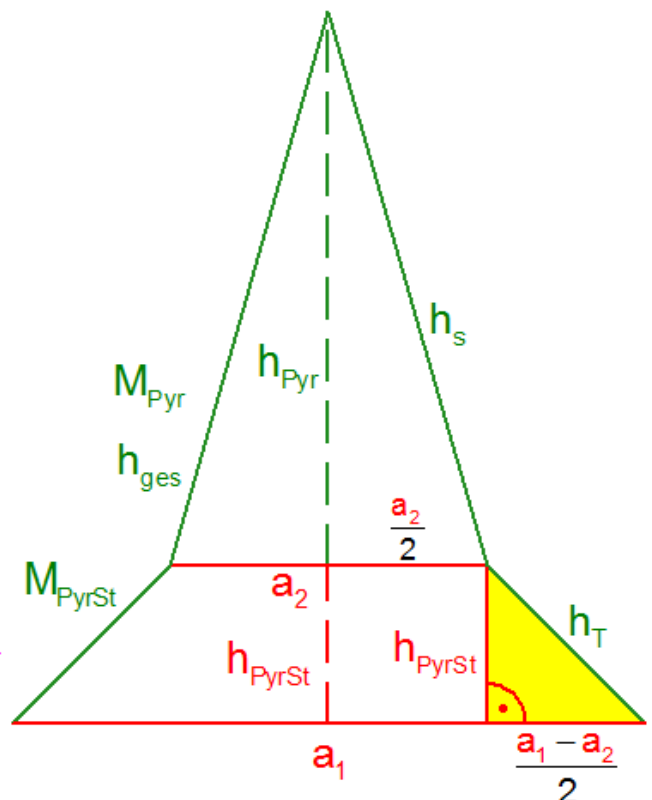
$$h_T = \sqrt{2e^2}$$

$$h_T = \sqrt{2} \cdot \sqrt{e^2}$$

$$h_T = e\sqrt{2} \text{ [LE]}$$

$$|\sqrt{\quad}$$

$$\sqrt{a \cdot b} = \sqrt{a} \cdot \sqrt{b}$$



Lösung 1985 1c:

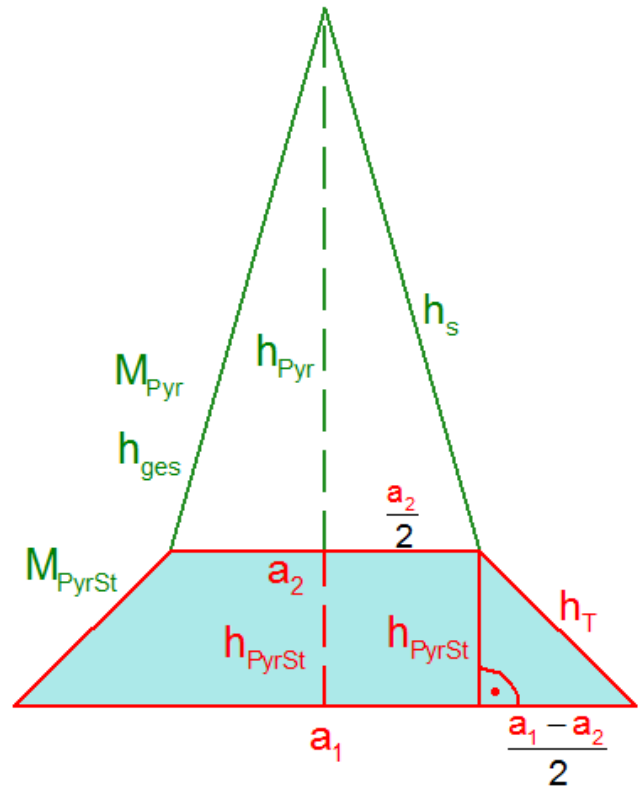
2. Berechnung des Pyramidenstumpf-Mantels M_{PyrSt} :

$$M_{\text{PyrSt}} = 2 \cdot (a_1 + a_2) \cdot h_T$$

$$M_{\text{PyrSt}} = 2 \cdot (4e + 2e) \cdot e\sqrt{2}$$

$$M_{\text{PyrSt}} = 2 \cdot 6e \cdot e\sqrt{2}$$

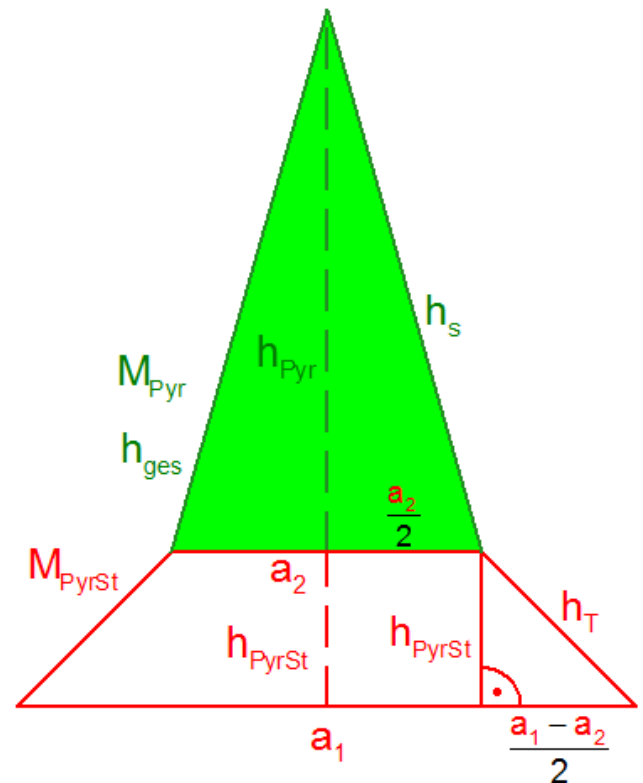
$$M_{\text{PyrSt}} = 12e^2\sqrt{2} \text{ [FE]}$$



3. Berechnung des Pyramidenmantels M_{Pyr} :

$$M_{\text{Pyr}} = M_{\text{PyrSt}}$$

$$M_{\text{Pyr}} = 12e^2\sqrt{2} \text{ [FE]}$$



Lösung 1985 1c:

4. Berechnung der Seitenflächenhöhe der Pyramide h_s :

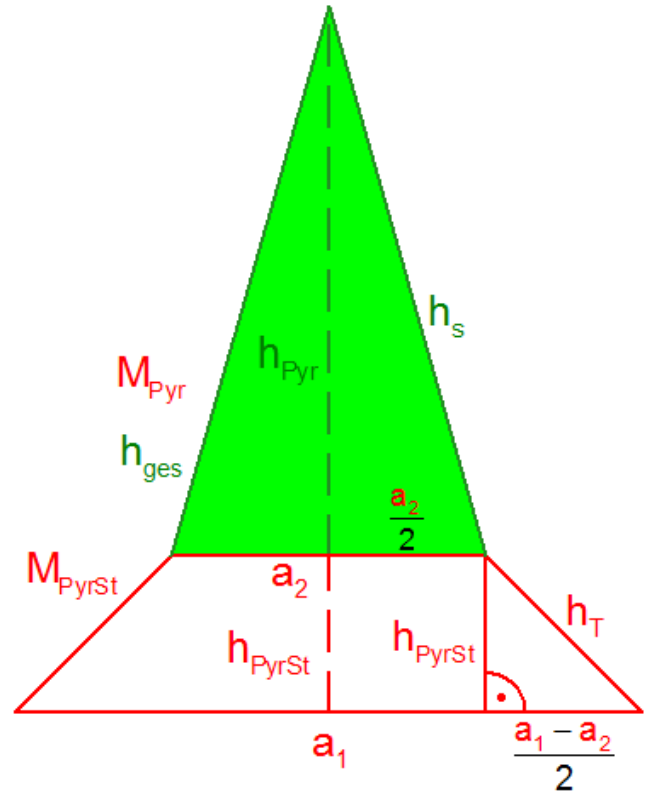
$$M_{\text{Pyr}} = 2 \cdot a_2 \cdot h_s \quad \text{Formel Pyramidenmantel}$$

$$12e^2\sqrt{2} = 2 \cdot 2e \cdot h_s$$

$$12e^2\sqrt{2} = 4e \cdot h_s \quad \text{Seiten tauschen}$$

$$4e \cdot h_s = 12e^2\sqrt{2} \quad | :4e$$

$$\underline{h_s = 3e\sqrt{2} [\text{LE}]}$$



5. Berechnung der Pyramidenhöhe h_{Pyr} :

$$h_{\text{Pyr}}^2 + \left(\frac{a_2}{2}\right)^2 = h_s^2 \quad \text{Pythagoras im rechtwinkligen hellgrauen Teildreieck}$$

$$h_{\text{Pyr}}^2 + \left(\frac{2e}{2}\right)^2 = (3e\sqrt{2})^2$$

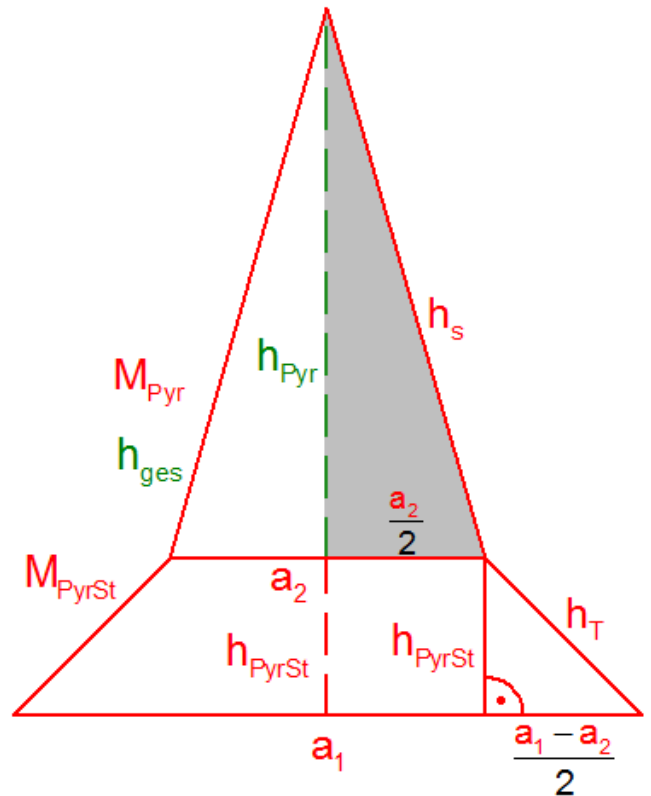
$$h_{\text{Pyr}}^2 + e^2 = 18e^2 \quad | -e^2$$

$$h_{\text{Pyr}}^2 = 17e^2 \quad | \sqrt{}$$

$$h_{\text{Pyr}} = \sqrt{17e^2} \quad \sqrt{a \cdot b} = \sqrt{a} \cdot \sqrt{b}$$

$$h_{\text{Pyr}} = \sqrt{17} \cdot \sqrt{e^2}$$

$$\underline{h_{\text{Pyr}} = 4,12e [\text{LE}]}$$



Lösung 1985 1c:

6. Berechnung der Gesamthöhe des Turmdaches h_{ges} :

$$h_{\text{ges}} = h_{\text{PyrSt}} + h_{\text{Pyr}}$$

$$h_{\text{ges}} = e + 4,12 e$$

$$\underline{\underline{h_{\text{ges}} = 5,12 e [\text{LE}]}}$$

