**Aufgabe 1984 5b:** **4 P**

1. Für welche Werte von k hat die Gleichung $x^2+(2k+1)x+2,25=0$ nur eine (zusammenfallende) reelle Lösung?
   Geben Sie die entsprechenden Gleichungen an.
2. Zwei Seiten eines Dreieckes unterscheiden sich um 1,5 cm. Die dritte Seite ist 3 cm länger als die kürzeste Seite.
   Für welche Seitenlängen ist das Dreieck rechtwinklig?

**Lösung 1984 5b:**

**1. Berechnung von k:**

$$x^2+(2k+1)x+2,25=0$$

$$x^2+(2k+1)x+2,25=0$$

$$x^2+px+q=0$$ p und q bestimmen

$$p=2k+1$$

$$q=2,25$$

$$x_{1,2}=-\frac{p}{2}\pm\sqrt{\frac{p^2}{4}-q}$$ Lösungsformel

$$x_{1,2}=-\frac{2k+1}{2}\pm\sqrt{\frac{(2k+1)^2}{4}-2,25}$$

$$x_{1,2}=-k-0,5\pm\sqrt{\frac{(2k+1)^2}{4}-2,25}$$

Es gibt eine einzige reelle Lösung, wenn der Wert unter der Wurzel 0 beträgt.

$$\frac{(2k+1)^2}{4}-2,25=0$$

$$\frac{4k^2+4k+1}{4}-2,25=0 \qquad |\cdot 4$$

$$4k^2+4k+1-9=0$$

$$4k^2+4k-8=0 \qquad |:4$$

$$k^2+k-2=0$$

$$k^2+1k-2=0$$

$$x^2+px+q=0$$ p und q bestimmen

$$p=1$$

$$q=-2$$

$$x_{1,2}=-\frac{p}{2}\pm\sqrt{\frac{p^2}{4}-q}$$ Lösungsformel

$$k_{1,2}=-\frac{1}{2}\pm\sqrt{\frac{1^2}{4}-(-2)}$$

$$k_{1,2}=-\frac{1}{2}\pm\sqrt{\frac{1}{4}+2}$$

**Lösung 1984 5b:**

$$k_{1,2} = -0{,}5 \pm \sqrt{0{,}25 + 2}$$

$$k_{1,2} = -0{,}5 \pm \sqrt{2{,}25}$$

$$k_{1,2} = -0{,}5 \pm 1{,}5$$

$$k_1 = -0{,}5 + 1{,}5$$

$$\underline{\underline{k_1 = 1}}$$

$$k_2 = -0{,}5 - 1{,}5$$

$$\underline{\underline{k_2 = -2}}$$

**2. Berechnung der Gleichungen:**

$$x^2 + (2k+1)x + 2{,}25 = 0 \wedge k = 1$$

$$x^2 + (2 \cdot 1 + 1)x + 2{,}25 = 0$$

$$x^2 + (2+1)x + 2{,}25 = 0$$

$$\underline{\underline{x^2 + 3x + 2{,}25 = 0}}$$

$$x^2 + (2k+1)x + 2{,}25 = 0 \wedge k = -2$$

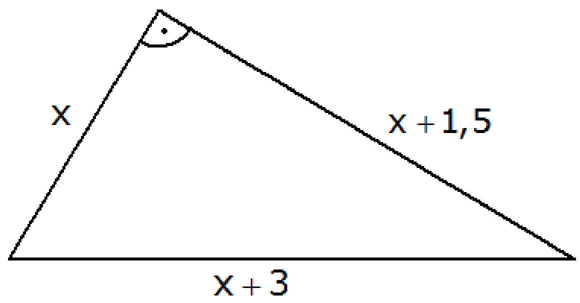
$$x^2 + (2 \cdot (-2) + 1)x + 2{,}25 = 0$$

$$x^2 + (-4+1)x + 2{,}25 = 0$$

$$x^2 + (-3)x + 2{,}25 = 0$$

$$\underline{\underline{x^2 - 3x + 2{,}25 = 0}}$$

**3. Bestimmung der Seitenlängen des Dreiecks:**




Pythagoras im rechtwinkligen Dreieck

$$x^2 + (x+1{,}5)^2 = (x+3)^2$$

$$x^2 + (x+1{,}5)^2 = (x+3)^2$$

$$x^2 + x^2 + 3x + 2{,}25 = (x+3)^2$$

$$x^2 + x^2 + 3x + 2{,}25 = (x+3)^2$$

$$x^2 + x^2 + 3x + 2{,}25 = x^2 + 6x + 9$$

$$x^2 + x^2 + 3x + 2{,}25 = x^2 + 6x + 9$$

$$2x^2 + 3x + 2{,}25 = x^2 + 6x + 9$$

**Lösung 1984 5b:**

$$2x^2 + 3x + 2{,}25 = x^2 + 6x + 9 \quad \Big| -x^2 - 6x - 9$$

$$x^2 - 3x - 6{,}75 = 0$$

Quadratische Gleichung in der Normalform

$$x^2 - 3x - 6{,}75 = 0$$

$$x^2 + px + q = 0$$

p und q bestimmen

$$p = -3$$

$$q = -6{,}75$$

$$x_{1,2} = -\frac{p}{2} \pm \sqrt{\frac{p^2}{4} - q}$$

Lösungsformel

$$x_{1,2} = -\frac{-3}{2} \pm \sqrt{\frac{(-3)^2}{4} - (-6{,}75)}$$

$$x_{1,2} = 1{,}5 \pm \sqrt{\frac{9}{4} + 6{,}75}$$

$$x_{1,2} = 1{,}5 \pm \sqrt{2{,}25 + 6{,}75}$$

$$x_{1,2} = 1{,}5 \pm \sqrt{9}$$

$$x_{1,2} = 1{,}5 \pm 3$$

$$x_1 = 1{,}5 + 3$$

$$\underline{x_1 = 4{,}5\,\text{cm}}$$

$$x_2 = 1{,}5 - 3$$

$$\cancel{x_2 = -1{,}5}$$

keine Lösung, da negativ

$$\underline{\underline{x = 4{,}5\,\text{cm}}}$$

<u>Antwort:</u> Die kürzeste Seitenlänge beträgt 4,5 cm, die mittlere Seitenlänge 6 cm und die längste Seitenlänge 7,5 cm.