

Aufgabe 1984 5a:

4 P

1. Die Gleichung $x^2 + px - 21 = 0$ hat die Lösungen x_1 und x_2 , von denen die erste $x_1 = 3,5$ lautet. Berechnen Sie p und x_2 .
2. Bestimmen Sie die Definitionsmenge und die Lösungsmenge der folgenden Gleichung:

$$\frac{6x - 15}{2x - 5} = \frac{3x - 21}{3x - 1}$$

Lösung 1984 5a:

1. Berechnung von p und x_2 der Gleichung $x^2 + px - 21 = 0$:

$$\left. \begin{array}{l} (1) x^2 + px + q = 0 \\ (2) x^2 + px - 21 = 0 \end{array} \right\} \Rightarrow \underline{q = -21}$$

$$(3) x_1 \cdot x_2 = q \Rightarrow 3,5 \cdot x_2 = -21 \Rightarrow \underline{\underline{x_2 = -6}}$$

$$(4) x_1 + x_2 = -p \Rightarrow 3,5 - 6 = -p \Rightarrow -2,5 = -p \Rightarrow \underline{\underline{p = 2,5}}$$

2. Bestimmung der Definitionsmenge der Gleichung $\frac{6x - 15}{2x - 5} = \frac{3x - 21}{3x - 1}$:

$$\frac{6x - 15}{2x - 5} = \frac{3x - 21}{3x - 1}$$

Nenner 1

$$2x - 5 \neq 0 \quad | +5$$

$$2x \neq 5 \quad | :2$$

$$\underline{x \neq 2,5}$$

Nenner 2

$$3x - 1 \neq 0 \quad | +1$$

$$3x \neq 1 \quad | :3$$

$$\underline{x \neq \frac{1}{3}}$$

$$\underline{\underline{D = \mathbb{R} \setminus \left\{ 2,5; \frac{1}{3} \right\}}}$$

3. Bestimmung des Hauptnenners:

$$\frac{6x - 15}{2x - 5} = \frac{3x - 21}{3x - 1}$$

Hauptnenner:

$$\underline{\underline{HN: (2x - 5)(3x - 1)}}$$

Lösung 1984 5a:

4. Bestimmung der Lösungsmenge:

$$\frac{6x-15}{2x-5} = \frac{3x-21}{3x-1}$$

$$| \cdot \text{HN: } (2x-5)(3x-1)$$

$$\frac{6x-15}{2x-5} \cdot (2x-5)(3x-1) = \frac{3x-21}{3x-1} \cdot (2x-5)(3x-1)$$

$$\frac{6x-15}{2x-5} \cdot (2x-5)(3x-1) = \frac{3x-21}{3x-1} \cdot (2x-5)(3x-1) \quad \text{im Zähler und Nenner gleiche Faktoren kürzen}$$

$$\frac{6x-15}{\cancel{2x-5}} \cdot \cancel{(2x-5)}(3x-1) = \frac{3x-21}{\cancel{3x-1}} \cdot (2x-5)\cancel{(3x-1)}$$

$$(6x-15)(3x-1) = (3x-21)(2x-5)$$

$$(6x-15)(3x-1) = (3x-21)(2x-5)$$

Summe mal Summe

$$18x^2 - 6x - 45x + 15 = (3x-21)(2x-5)$$

Zusammenfassen

$$18x^2 - 51x + 15 = (3x-21)(2x-5)$$

$$18x^2 - 51x + 15 = (3x-21)(2x-5)$$

Summe mal Summe

$$18x^2 - 51x + 15 = 6x^2 - 15x - 42x + 105$$

Zusammenfassen

$$18x^2 - 51x + 15 = 6x^2 - 57x + 105$$

$$18x^2 - 51x + 15 = 6x^2 - 57x + 105$$

$$| - 6x^2 + 57x - 105$$

$$12x^2 + 6x - 90 = 0$$

$$| : 12$$

$$x^2 + 0,5x - 7,5 = 0$$

Normalform einer quadratischen Gleichung

$$x^2 + 0,5x - 7,5 = 0$$

$$x^2 + px + q = 0$$

p und q bestimmen

$$p = 0,5$$

$$q = -7,5$$

$$x_{1,2} = -\frac{p}{2} \pm \sqrt{\frac{p^2}{4} - q}$$

Lösungsformel

$$x_{1,2} = -\frac{0,5}{2} \pm \sqrt{\frac{0,5^2}{4} - (-7,5)}$$

$$x_{1,2} = -0,25 \pm \sqrt{\frac{0,25}{4} + 7,5}$$

$$x_{1,2} = -0,25 \pm \sqrt{0,0625 + 7,5}$$

$$x_{1,2} = -0,25 \pm \sqrt{7,5625}$$

$$x_{1,2} = -0,25 \pm 2,75$$

$$x_1 = -0,25 + 2,75$$

$$\cancel{x_1 = 2,5}$$

in der Definitionsmenge nicht enthalten

$$x_2 = -0,25 - 2,75$$

$$x_2 = -3$$

in der Definitionsmenge enthalten

$$\underline{\underline{\mathbb{L} = \{-3\}}}$$