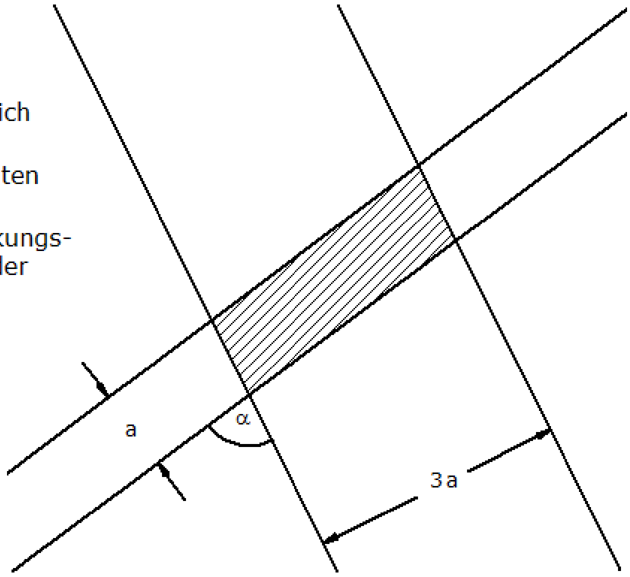
Aufgabe 1984 3c: **3 P**

Zwei Papierstreifen mit den Breiten a und 3a überdecken sich (siehe Skizze).
Stellen Sie eine Formel für den Flächeninhalt der gestrichelten Überdeckungsfigur in Abhängigkeit von a und α auf.
Für welchen Wert von α ist der Flächeninhalt der Überdeckungsfigur am kleinsten? Begründen Sie Ihre Aussage mit Hilfe der Formel.



Strategie 1984 3c:

Gegeben:

a

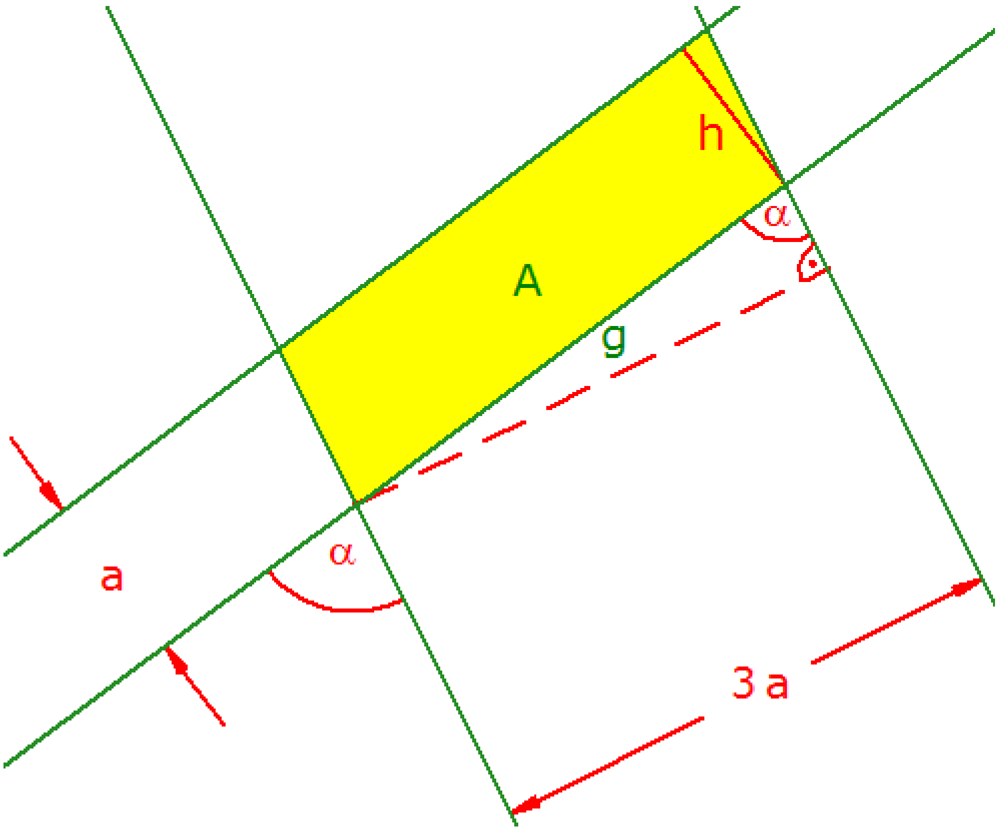
3a

α

Gesucht:

Flächenformel für $A(a, \alpha)$

Skizze:



Lösung 1984 3c:

1. Berechnung der Flächenformel für $A(a, \alpha)$:

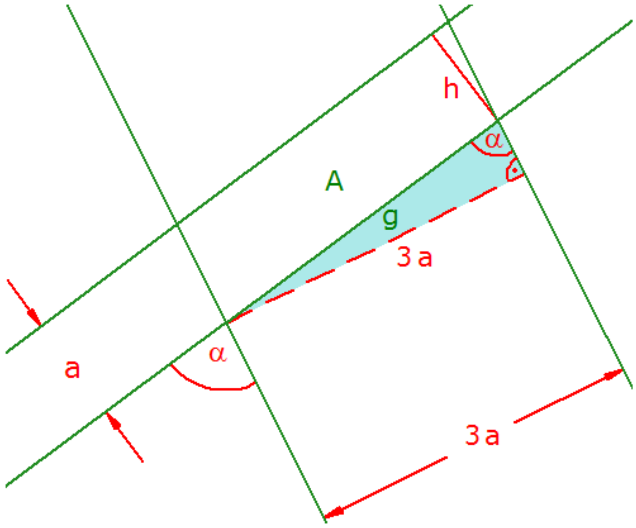
a) Berechnung der Flächengleichung:

$A = g \cdot h$ Fläche Parallelogramm

$\underline{I: A = g \cdot a}$ $h = a$

b) Berechnung der Grundgeradengleichung des Parallelogramms:

$\sin\alpha = \dfrac{\text{Gegenkathete}}{\text{Hypotenuse}} = \dfrac{3a}{g}$ Sinusfunktion im rechtwinkligen hellblauen Teildreieck



$\sin\alpha = \dfrac{3a}{g} \quad | \cdot g$

$g \cdot \sin\alpha = 3a \quad | : \sin\alpha$

$\underline{II: g = \dfrac{3a}{\sin\alpha}}$

$I: A = g \cdot a$

$II: g = \dfrac{3a}{\sin\alpha}$

II in I einsetzen

$A = \dfrac{3a}{\sin\alpha} \cdot a$

$\underline{\underline{A = \dfrac{3a^2}{\sin\alpha} (FE)}}$

2. Bestimmung des Wertes des Winkels α für kleinste Fläche A:

Der Wert für A wird am kleinsten, wenn der Wert des Nenners am größten ist. Der größte Wert für $\sin\alpha$ ist 1, d.h. $\underline{\underline{\alpha = 90^\circ}}$.

Die Fläche für A beträgt dann: $A = 3a^2 (FE)$.