

Aufgabe 1983 5a:

4 P

1. Bestimmen Sie die Definitionsmenge und die Lösungsmenge der Gleichung

$$\frac{x+1}{x-2} = \frac{2(x-2)}{x+8}$$

2. Die Gleichung $x^2 - 4x + q = 0$ hat die Lösungen x_1 und x_2 mit $x_1 = -1$.

Wie groß sind q und x_2 ?

Lösung 1983 5a:

1. Bestimmung der Definitionsmenge der Gleichung $\frac{x+1}{x-2} = \frac{2(x-2)}{x+8}$:

$$\frac{x+1}{x-2} = \frac{2(x-2)}{x+8}$$

Nenner 1

$$x-2 \neq 0 \quad | +2$$

$$\underline{x \neq 2}$$

Nenner 2

$$x+8 \neq 0 \quad | -8$$

$$\underline{x \neq -8}$$

$$\underline{\underline{D = \mathbb{R} \setminus \{-8; 2\}}}$$

2. Bestimmung des Hauptnenners:

$$\frac{x+1}{x-2} = \frac{2(x-2)}{x+8}$$

Hauptnenner:

$$\text{HN: } (x-2)(x+8)$$

3. Bestimmung der Lösungsmenge:

$$\frac{x+1}{x-2} = \frac{2(x-2)}{x+8}$$

$$| \cdot \text{HN: } (x-2)(x+8)$$

$$\frac{x+1}{x-2} \cdot (x-2)(x+8) = \frac{2(x-2)}{x+8} \cdot (x-2)(x+8)$$

$$\frac{x+1}{x-2} \cdot (x-2)(x+8) = \frac{2(x-2)}{x+8} \cdot (x-2)(x+8) \quad \text{im Zähler und Nenner gleiche Faktoren kürzen}$$

$$\frac{x+1}{\cancel{x-2}} \cdot \cancel{(x-2)}(x+8) = \frac{2(\cancel{x-2})}{\cancel{x+8}} \cdot (x-2)\cancel{(x+8)}$$

$$(x+1)(x+8) = 2 \cdot (x-2) \cdot (x-2)$$

$$(x+1)(x+8) = 2 \cdot (x-2) \cdot (x-2)$$

Summe mal Summe

$$x^2 + 8x + x + 8 = 2 \cdot (x-2) \cdot (x-2)$$

Zusammenfassen

$$x^2 + 9x + 8 = 2 \cdot (x-2) \cdot (x-2)$$

Lösung 1983 5a:

$$x^2 + 9x + 8 = 2 \cdot [x^2 - 4x + 4]$$

Zahl mal Summe

$$x^2 + 9x + 8 = 2x^2 - 8x + 8$$

$$x^2 + 9x + 8 = 2x^2 - 8x + 8$$

Seiten tauschen

$$2x^2 - 8x + 8 = x^2 + 9x + 8$$

$$| -x^2 - 9x - 8$$

$$x^2 - 17x = 0$$

gemeinsamen Faktor x
ausklammern

$$x(x - 17) = 0$$

$$x = 0 \vee (x - 17) = 0$$

$$\underline{x_1 = 0}$$

$$x_2 - 17 = 0$$

$$| +17$$

$$\underline{x_2 = 17}$$

$$\underline{\underline{\mathbb{L} = \{0; 17\}}}$$

4. Berechnung von q und x_2 der Gleichung $x^2 - 4x + q = 0$:

$$\left. \begin{array}{l} (1) x^2 + px + q = 0 \\ (2) x^2 - 4x + q = 0 \end{array} \right\} \underline{p = -4}$$

$$(3) x_1 + x_2 = -p \rightarrow -1 + x_2 = -(-4) \rightarrow \underline{\underline{x_2 = 5}}$$

$$(4) x_1 \cdot x_2 = q \rightarrow (-1) \cdot 5 = q \rightarrow \underline{\underline{q = -5}}$$

$$\Rightarrow \underline{x^2 - 4x - 5 = 0}$$