Aufgabe 1983 4c: **3 P**

Durch die Seiten $\overline{AB} = c = 8,75\,cm$ und $\overline{BC} = a = 7,32\,cm$ sowie dem Winkel $\measuredangle BAC = \alpha = 50,2°$ sind zwei nichtkongruente Dreiecke gegeben.
Wieviel Prozent der Fläche des größeren Dreiecks nimmt die Fläche des kleineren Dreiecks ein?

Lösung 1983 4c:

1. Berechnung des Winkels γ_2:

$$\frac{\sin\gamma_2}{c} = \frac{\sin\alpha}{a}$$ Sinussatz im allgemeinen gelben Dreieck

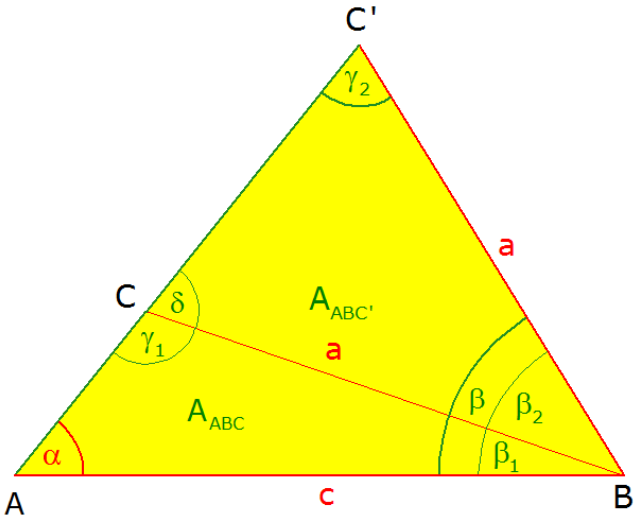
$$\frac{\sin\gamma_2}{8,75} = \frac{\sin 50,2°}{7,32}$$

$$\frac{\sin\gamma_2}{8,75} = \frac{0,7682835}{7,32}$$

$$\frac{\sin\gamma_2}{8,75} = 0,1049567 \quad |\cdot 8,75$$

$$\sin\gamma_2 = 0,9183717$$

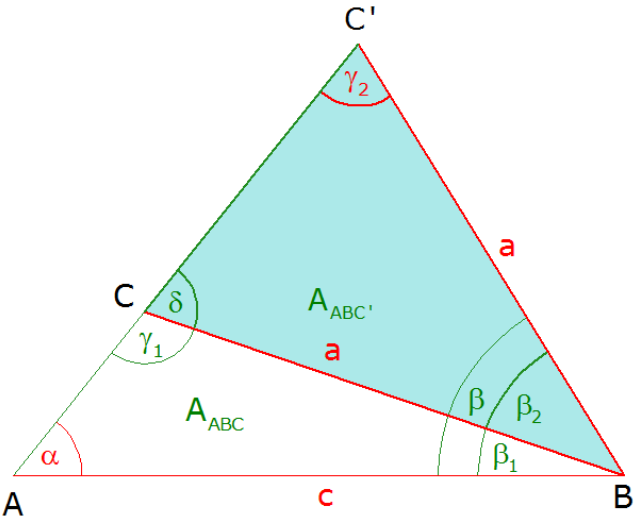
$$\gamma_2 = 66,69°$$



2. Berechnung des Winkels δ:

$\delta = \gamma_2$ Dreieck BCC' ist gleichschenklig, d.h. Basiswinkel sind gleich groß!

$$\delta = 66,69°$$

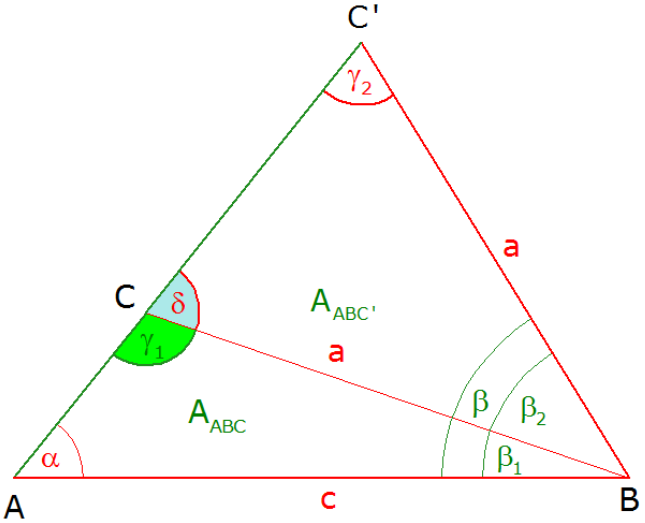


3. Berechnung des Winkels γ_1:

$\gamma_1 = 180° - \delta$

$\gamma_1 = 180° - 66,69°$

$\gamma_1 = 113,31°$



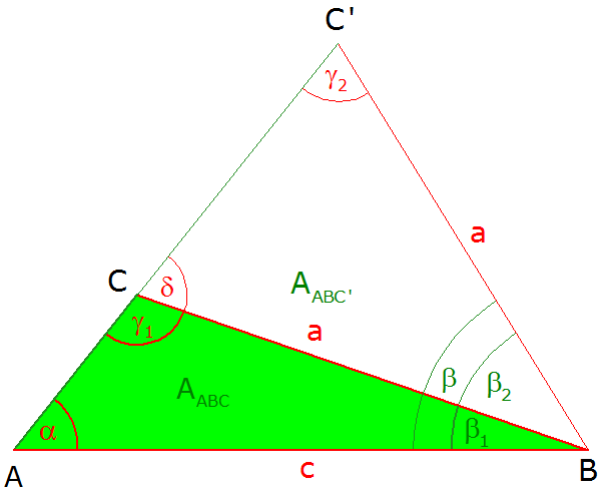
Lösung 1983 4c:

4. Berechnung des Winkels β_1:

$\beta_1 = 180° - \alpha - \gamma_1$ Winkelsumme im Teildreieck ABC

$\beta_1 = 180° - 50,2° - 113,31°$

$\beta_1 = 16,49°$



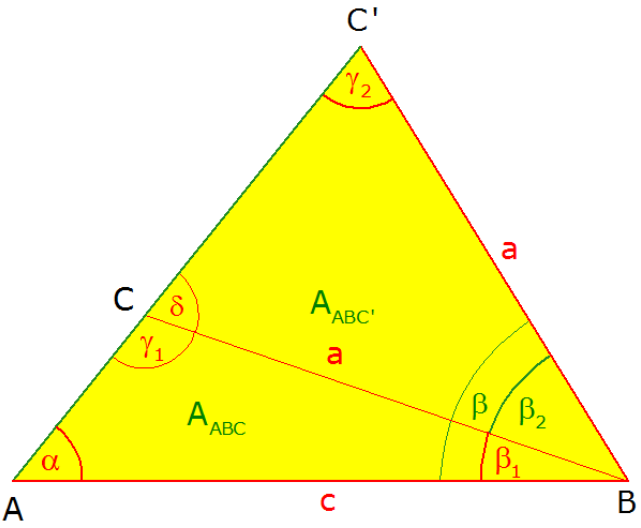
5. Berechnung des Winkels β_2:

$\alpha + \beta_1 + \beta_2 + \gamma_2 = 180°$

$50,2° + 16,49° + \beta_2 + 66,69° = 180°$

$133,38° + \beta_2 = 180°$

$\beta_2 = 46,62°$

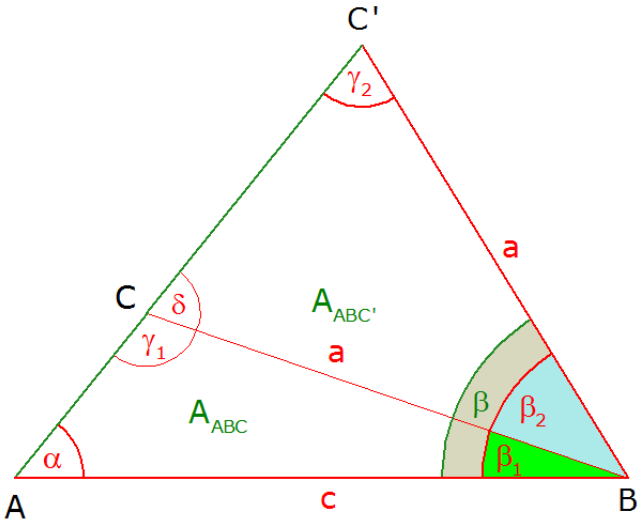


6. Berechnung des Winkels β:

$\beta = \beta_1 + \beta_2$

$\beta = 16,49° + 46,62°$

$\beta = 63,11°$



Lösung 1983 4c:

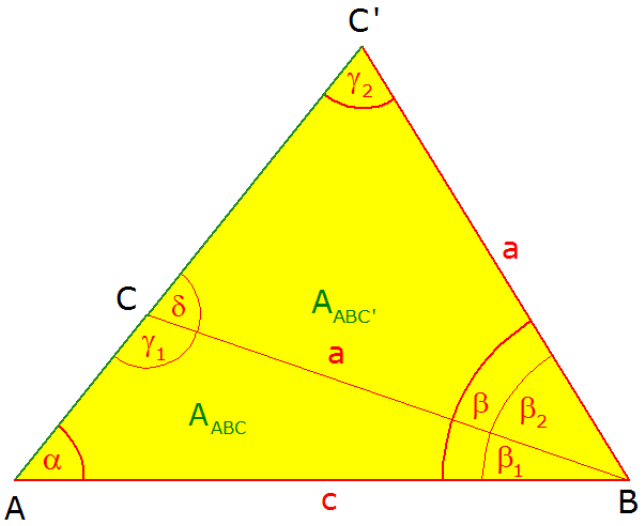
7. Berechnung der Dreiecksfläche $A_{ABC'}$:

$$A_{ABC'} = \frac{1}{2} \cdot a \cdot c \cdot \sin\beta$$ Flächenformel allgemeines Dreieck

$$A_{ABC'} = \frac{1}{2} \cdot 7,32 \cdot 8,75 \cdot \sin 63,11°$$

$$A_{ABC'} = \frac{1}{2} \cdot 7,32 \cdot 8,75 \cdot 0,8919$$

$$A_{ABC'} = 28,56\,cm^2$$



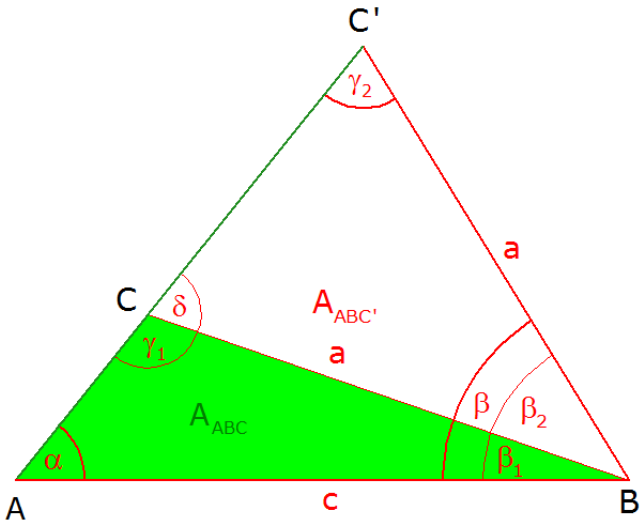
8. Berechnung der Dreiecksfläche A_{ABC}:

$$A_{ABC} = \frac{1}{2} \cdot a \cdot c \cdot \sin\beta_1$$ Flächenformel allgemeines Dreieck

$$A_{ABC} = \frac{1}{2} \cdot 7,32 \cdot 8,75 \cdot \sin 16,49°$$

$$A_{ABC} = \frac{1}{2} \cdot 7,32 \cdot 8,75 \cdot 0,2838$$

$$A_{ABC} = 9,09\,cm^2$$



9. Berechnung des prozentualen Flächenanteils:

Gw : 28,56

Ps : x

Pw : 9,09

$Gw \cdot Ps = Pw$

$28,56 \cdot x = 9,09 \quad | : 28,56$

$x = 0,3182$

$$x = \frac{31,82}{100}$$

$x = 31,82\%$

Antwort: Das kleinere Dreieck ABC nimmt 31,82% des größeren Dreiecks ABC' ein.