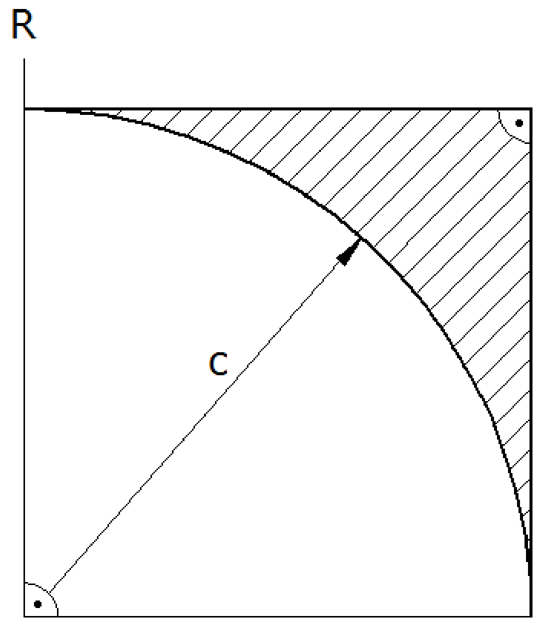
Aufgabe 1983 2c: **3 P**

Die nebenstehende schraffierte Fläche rotiert um die angegebene Achse R. Dadurch entsteht ein Rotationskörper.
Geben Sie das Volumen V und die Oberfläche O dieses Rotationskörpers in Abhängigkeit von c als Vielfaches von π an.
Für welchen Wert von c haben V und O des Rotationskörpers die gleiche Maßzahl?

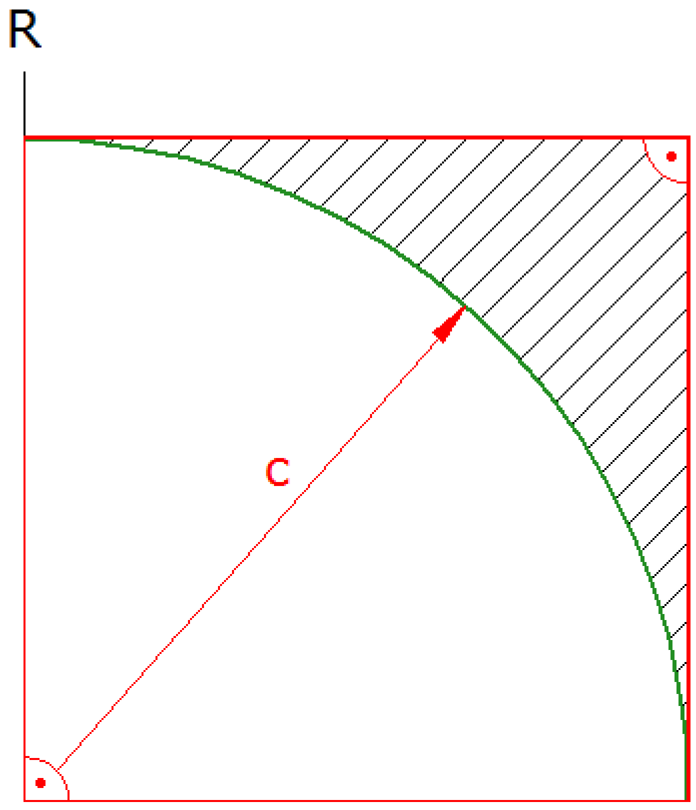


Strategie 1983 2c:

Gegeben:
Rotationskörper
c

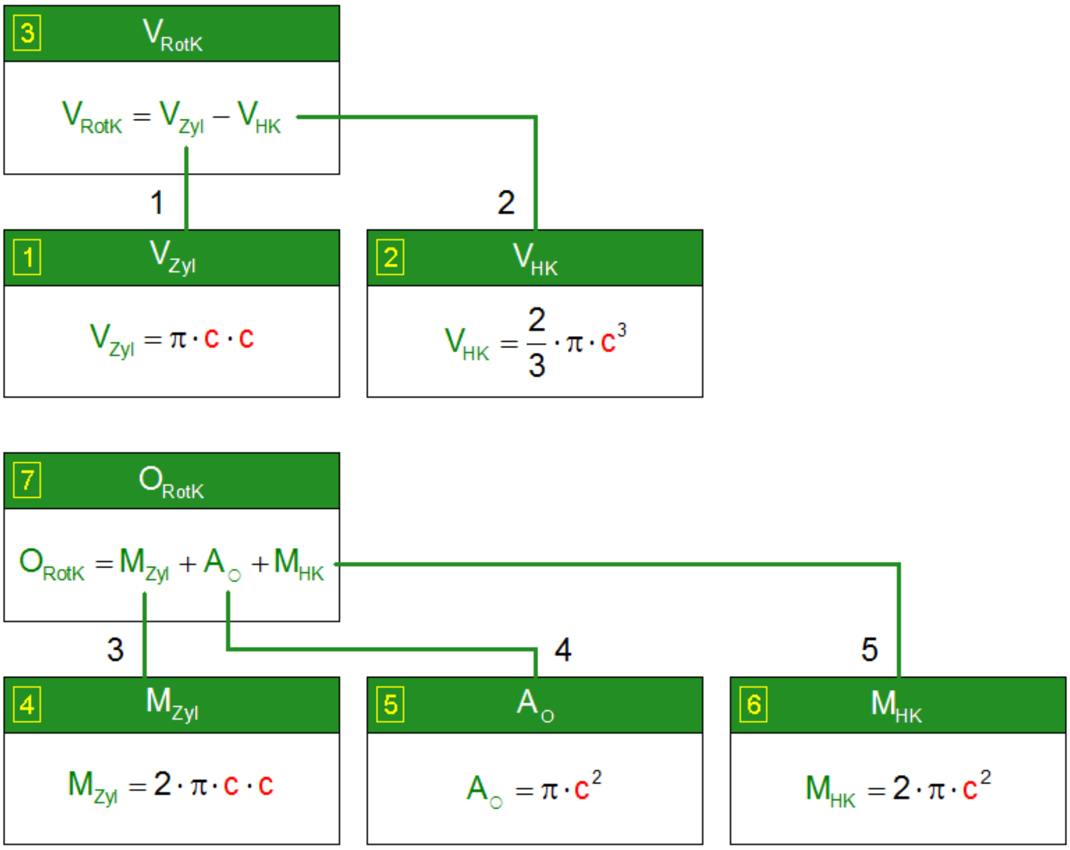
Gesucht:
$V_{RotK}(c;\pi)$
$O_{RotK}(c;\pi)$
c für $V_{RotK} = O_{RotK}$

Skizze:



Strategie 1983 2c:

Struktogramm:



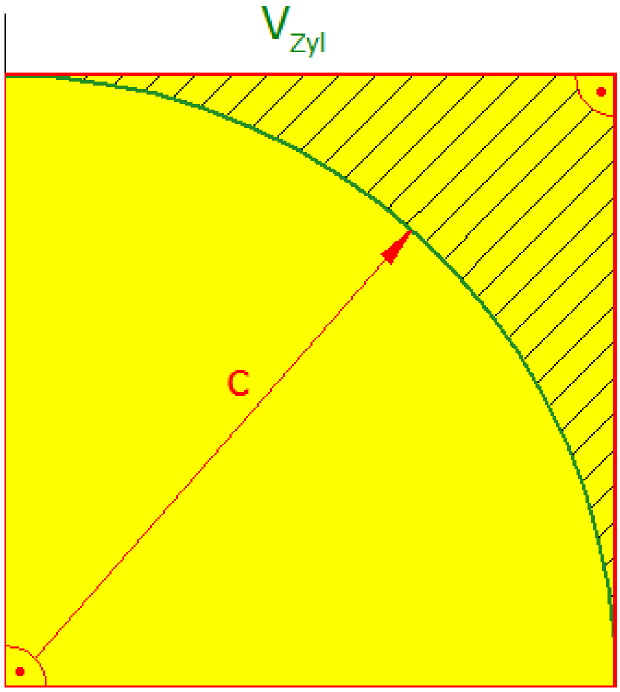
Lösung 1983 2c:

1. Berechnung des Zylindervolumens V_{Zyl}: R

$$V_{Zyl} = \pi \cdot r^2 \cdot h$$

$$V_{Zyl} = \pi \cdot c^2 \cdot c$$

$$\underline{V_{Zyl} = \pi \cdot c^3}$$

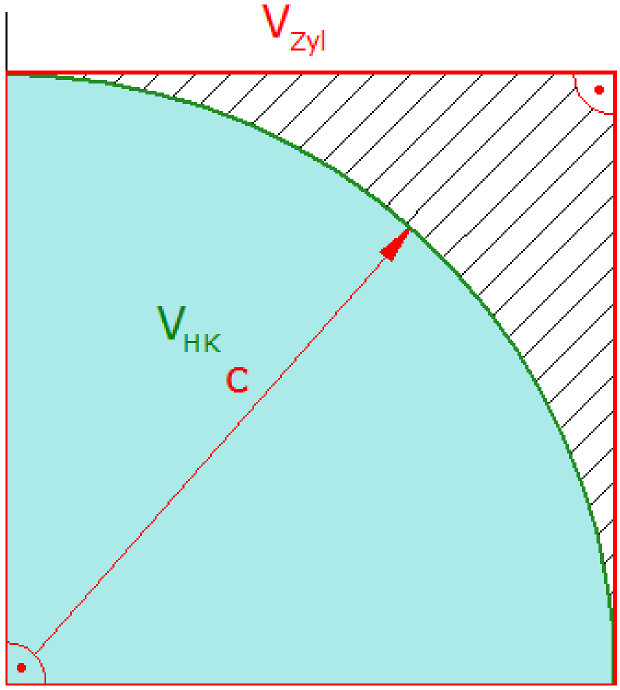


Lösung 1983 2c:

2. Berechnung des Halbkugel-Volumens V_{HK}**:** R

$$V_{HK} = \frac{2}{3} \cdot \pi \cdot r^3$$

$$V_{HK} = \frac{2}{3} \cdot \pi \cdot c^3$$



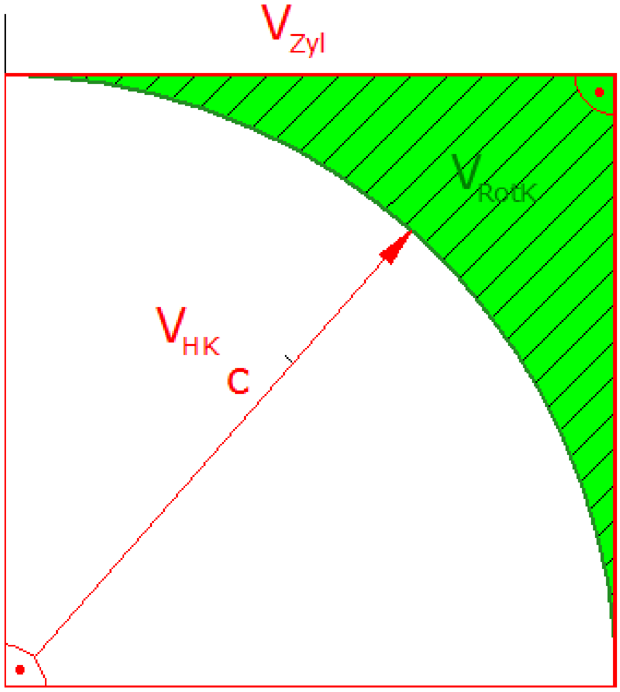
3. Berechnung des Rotationskörper-Volumens V_{RotK}**:** R

$$V_{RotK} = V_{Zyl} - V_{HK}$$

$$V_{RotK} = \pi \cdot c^3 - \frac{2}{3} \cdot \pi \cdot c^3$$

$$V_{RotK} = \frac{3}{3} \cdot \pi \cdot c^3 - \frac{2}{3} \cdot \pi \cdot c^3$$

$$V_{RotK} = \frac{1}{3} \cdot \pi \cdot c^3 \,(VE)$$



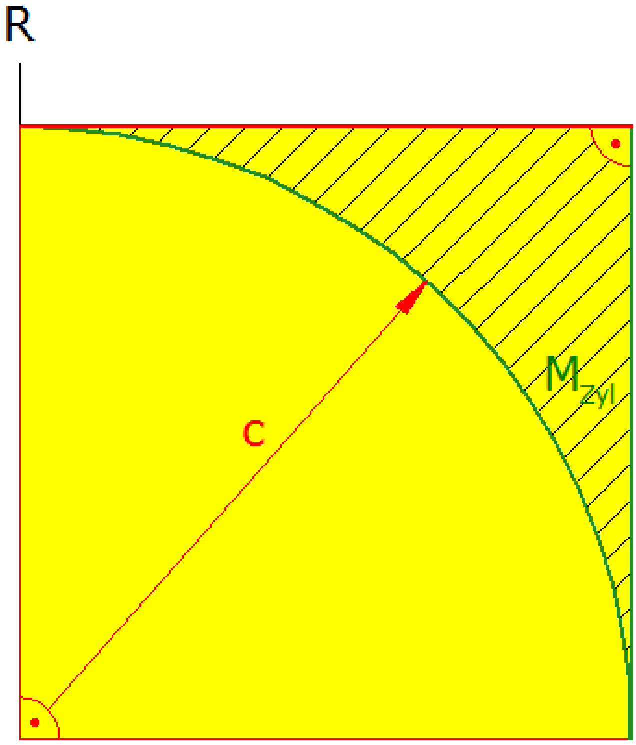
Lösung 1983 2c:

4. Berechnung des Zylindermantels M_{Zyl}:

$$M_{Zyl} = 2 \cdot \pi \cdot r \cdot h$$

$$M_{Zyl} = 2 \cdot \pi \cdot c \cdot c$$

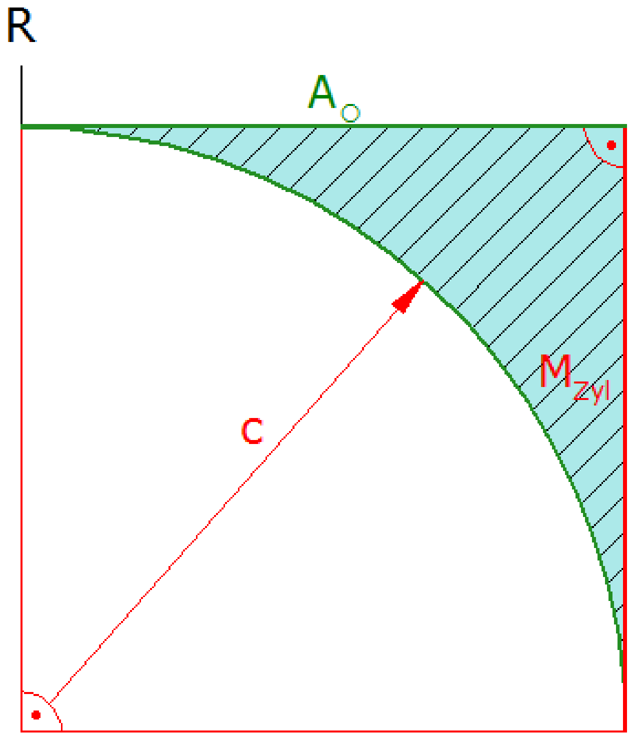
$$\underline{M_{Zyl} = 2 \cdot \pi \cdot c^2}$$



5. Berechnung der Kreisfläche $A_{\circ}$:

$$A_{\circ} = \pi \cdot r^2$$

$$\underline{A_{\circ} = \pi \cdot c^2}$$

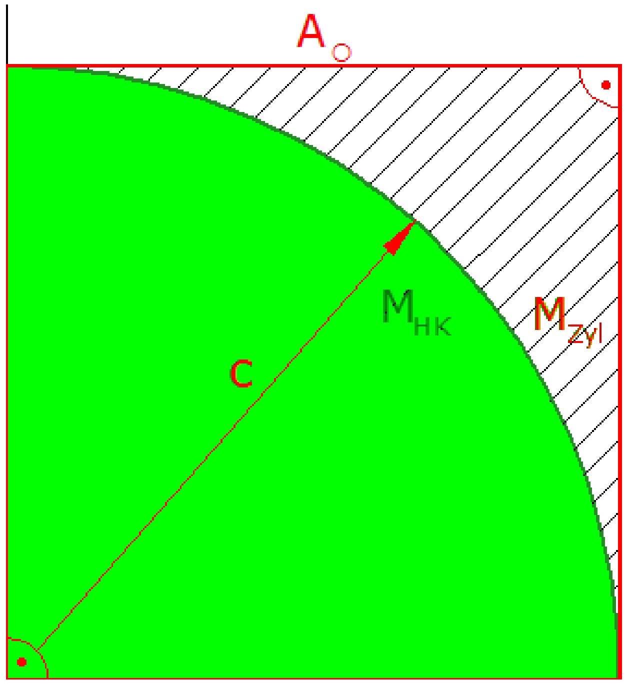


Lösung 1983 2c:

6. Berechnung des Halbkugel-Mantels M_{HK}**:** R

$$M_{HK} = 2 \cdot \pi \cdot r^2$$

$$\underline{M_{HK} = 2 \cdot \pi \cdot c^2}$$

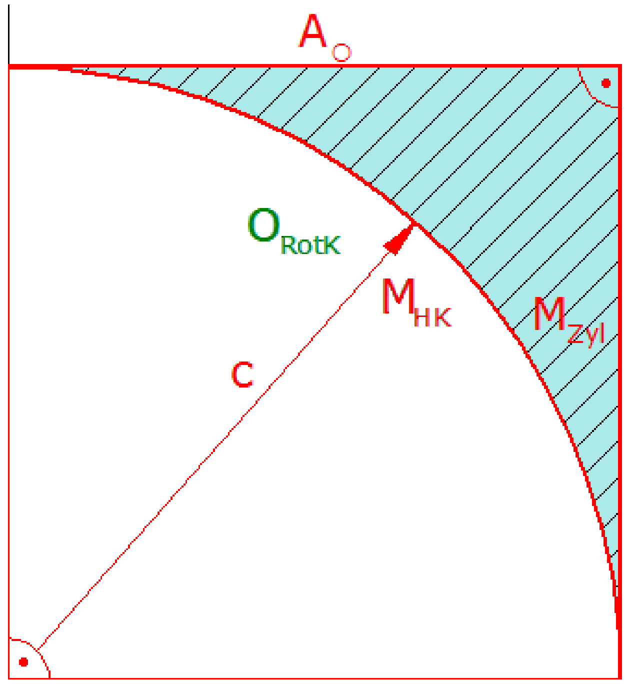


7. Berechnung der Rotationskörper-Oberfläche O_{RotK}**:** R

$$O_{RotK} = M_{Zyl} + A_{\circ} + M_{HK}$$

$$O_{RotK} = 2 \cdot \pi \cdot c^2 + \pi \cdot c^2 + 2 \cdot \pi \cdot c^2$$

$$\underline{\underline{O_{RotK} = 5 \cdot \pi \cdot c^2\,(FE)}}$$



8. Berechnung von c für $V_{RotK} = O_{RotK}$**:**

$$V_{RotK} = O_{RotK}$$

$$\frac{1}{3} \cdot \pi \cdot c^3 = 5 \cdot \pi \cdot c^2 \qquad |:\pi$$

$$\frac{1}{3} \cdot c^3 = 5 \cdot c^2 \qquad |\cdot 3$$

$$c^3 = 15 \cdot c^2 \qquad |:c^2$$

$$\underline{\underline{c = 15\,(LE)}}$$