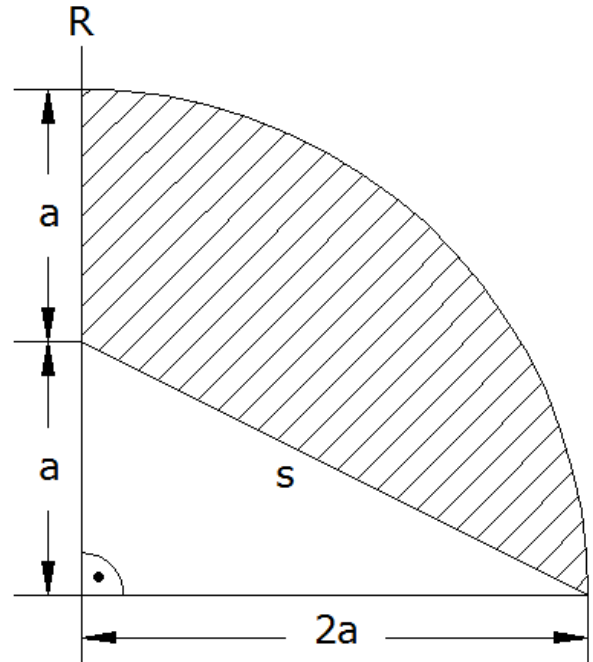


Aufgabe 1983 2a:

4 P

Die nebenstehende schraffierte Fläche rotiert um die angegebene Achse R. Dadurch entsteht ein Rotationskörper. Berechnen Sie die Strecke s sowie die Oberfläche O und das Volumen V dieses Rotationskörpers mit $a = 3,25 \text{ cm}$.



Strategie 1983 2a:

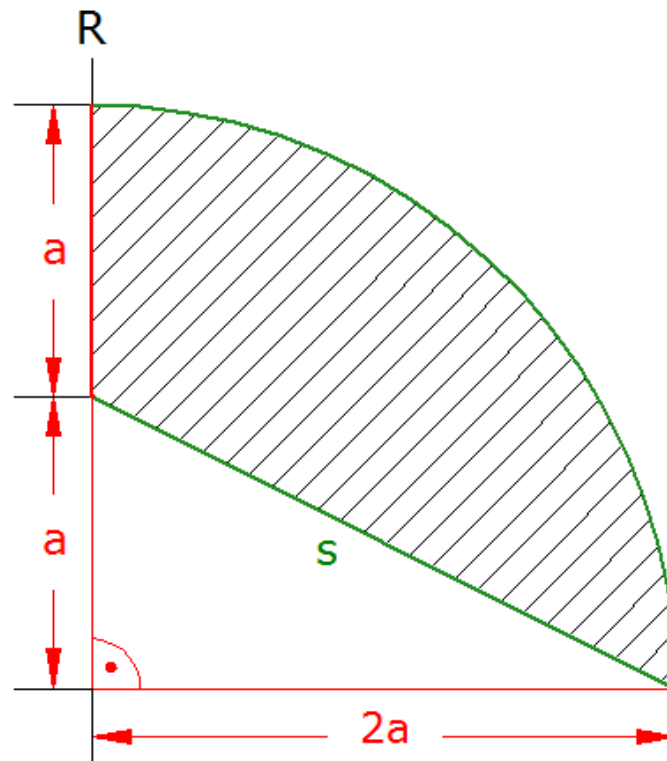
Gegeben:

Rotationskörper
 $a = 3,25 \text{ cm}$

Gesucht:

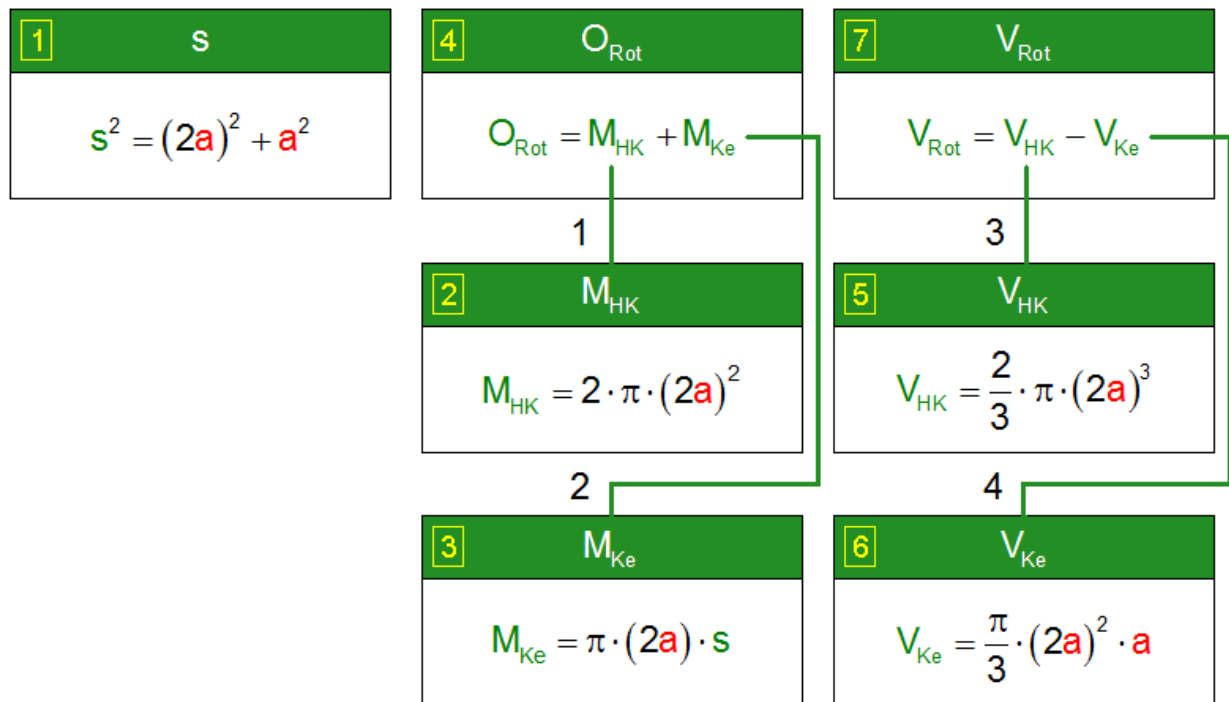
s
 O_{RotK}
 V_{RotK}

Skizze:



Strategie 1983 2a:

Struktogramm:



Lösung 1983 2a:

1. Berechnung der Strecke s:

$$s^2 = (2a)^2 + a^2$$

Pythagoras im
rechtwinkligen
gelben Dreieck

$$s^2 = (2 \cdot 3,25)^2 + 3,25^2$$

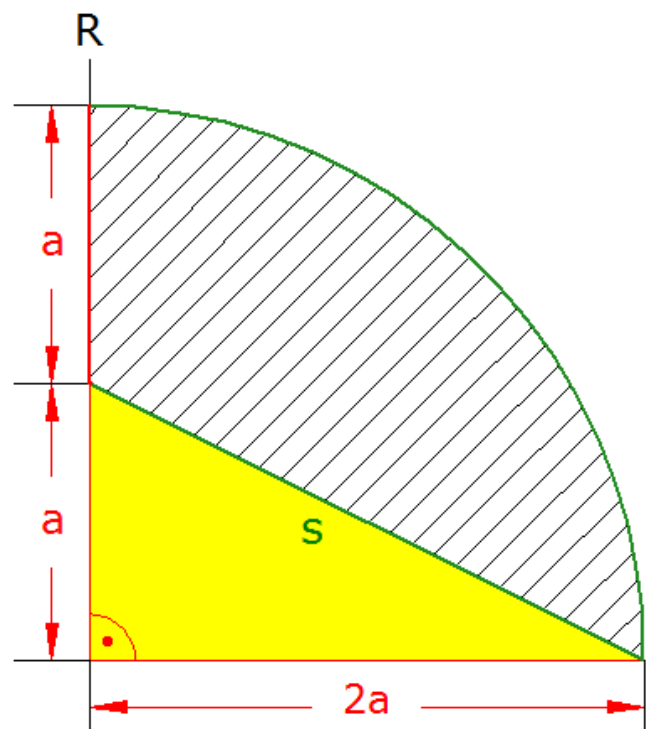
$$s^2 = 6,5^2 + 3,25^2$$

$$s^2 = 42,25 + 10,5625$$

$$s^2 = 52,8125$$

$\sqrt{\quad}$

$$\underline{\underline{s = 7,27 \text{ cm}}}$$



Lösung 1983 2a:

2. Berechnung des Halbkugel-Mantels M_{HK} :

$$M_{HK} = 2 \cdot \pi \cdot r_{HK}^2$$

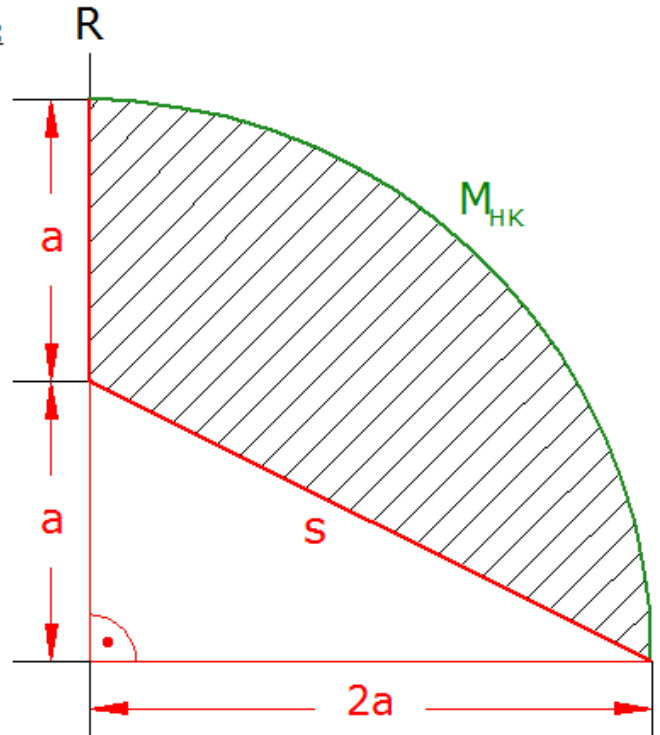
$$M_{HK} = 2 \cdot \pi \cdot (2a)^2$$

$$M_{HK} = 2 \cdot \pi \cdot (2 \cdot 3,25)^2$$

$$M_{HK} = 2 \cdot \pi \cdot 6,5^2$$

$$M_{HK} = 2 \cdot \pi \cdot 42,25$$

$$\underline{M_{HK} = 265,46 \text{ cm}^2}$$



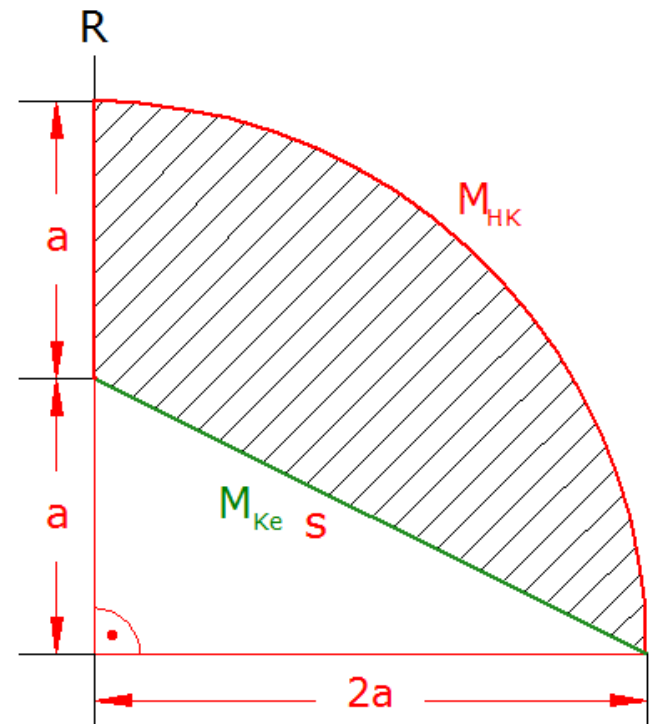
3. Berechnung des Kegelmantels M_{Ke} :

$$M_{Ke} = \pi \cdot r_{Ke} \cdot s$$

$$M_{Ke} = \pi \cdot 2a \cdot s$$

$$M_{Ke} = \pi \cdot 2 \cdot 3,25 \cdot 7,27$$

$$\underline{M_{Ke} = 148,46 \text{ cm}^2}$$



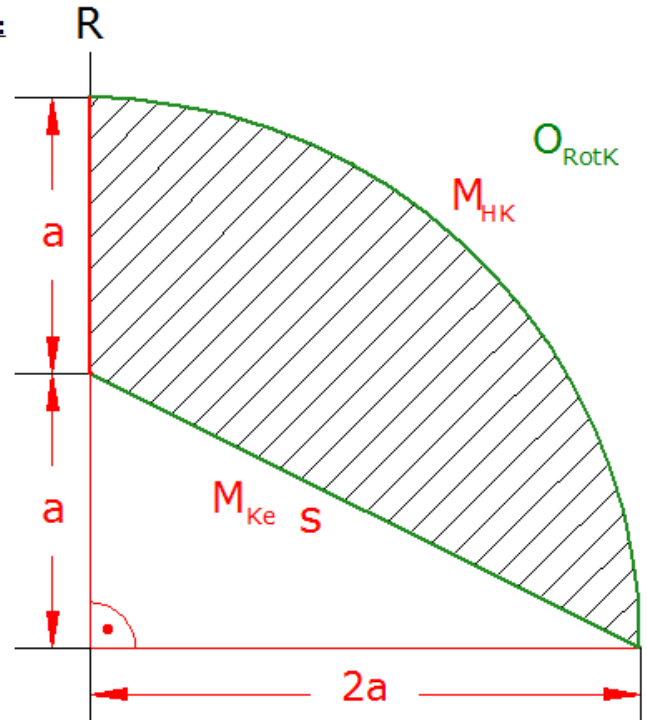
Lösung 1983 2a:

4. Berechnung der Rotationskörper-Oberfläche O_{RotK} :

$$O_{\text{RotK}} = M_{\text{HK}} + M_{\text{Ke}}$$

$$O_{\text{RotK}} = 265,46 + 148,46$$

$$\underline{O_{\text{RotK}} = 413,92 \text{ cm}^2}$$



5. Berechnung des Halbkugelvolumens V_{HK} :

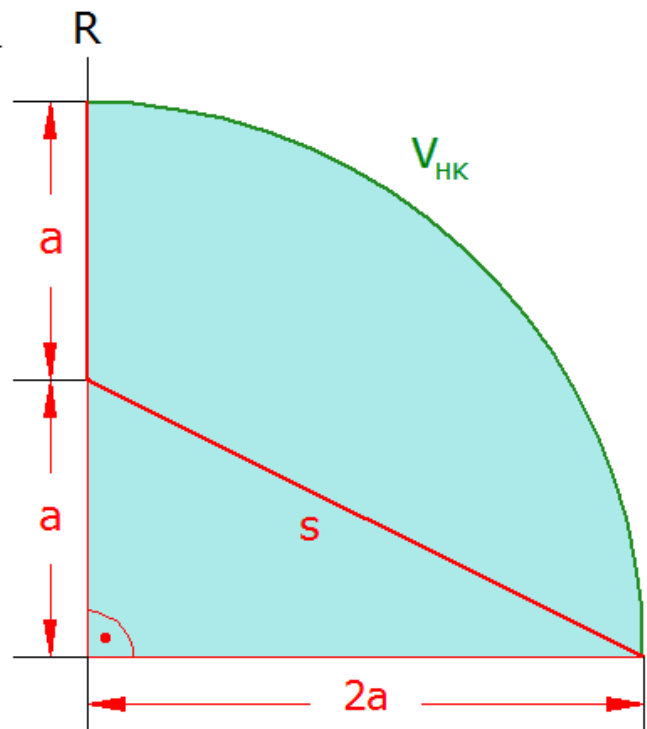
$$V_{\text{HK}} = \frac{2}{3} \cdot \pi \cdot (2a)^3$$

$$V_{\text{HK}} = \frac{2}{3} \cdot \pi \cdot (2 \cdot 3,25)^3$$

$$V_{\text{HK}} = \frac{2}{3} \cdot \pi \cdot 6,5^3$$

$$V_{\text{HK}} = \frac{2}{3} \cdot \pi \cdot 274,625$$

$$\underline{V_{\text{HK}} = 575,17 \text{ cm}^3}$$



Lösung 1983 2a:

6. Berechnung des Kegelvolumens V_{Ke} :

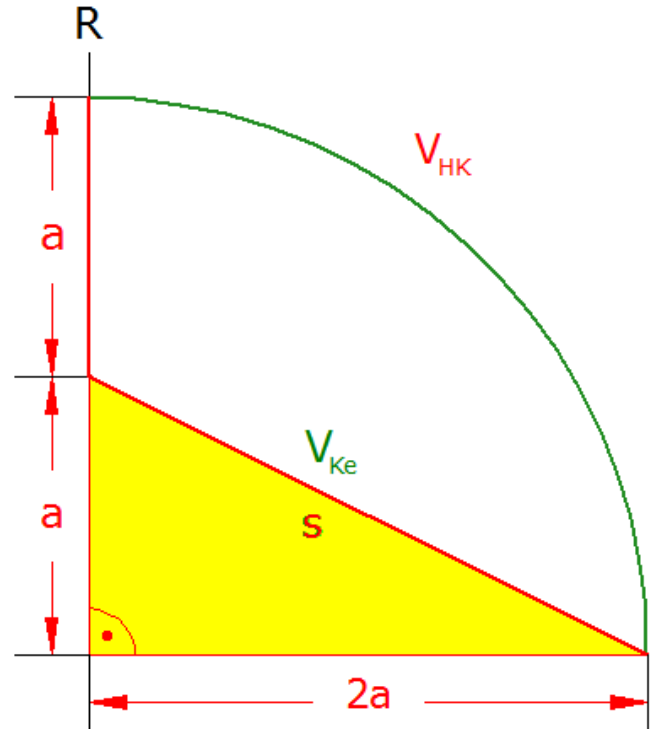
$$V_{Ke} = \frac{\pi}{3} \cdot (2a)^2 \cdot a$$

$$V_{Ke} = \frac{\pi}{3} \cdot (2 \cdot 3,25)^2 \cdot 3,25$$

$$V_{Ke} = \frac{\pi}{3} \cdot 6,5^2 \cdot 3,25$$

$$V_{Ke} = \frac{\pi}{3} \cdot 42,25 \cdot 3,25$$

$$\underline{V_{Ke} = 143,79 \text{ cm}^3}$$



7. Berechnung des Rotationskörper-Volumens V_{RotK} :

$$V_{RotK} = V_{HK} - V_{Ke}$$

$$V_{RotK} = 575,17 - 143,79$$

$$\underline{\underline{V_{RotK} = 431,38 \text{ cm}^3}}$$

