

Aufgabe 1983 1b:

4 P

Die Seitenfläche eines regelmäßigen sechsseitigen Pyramidenstumpfes ist das gleichschenklige Trapez ABCD.

Es gilt $\overline{AB} = a_1 = 6,25 \text{ cm}$, $\overline{BC} = s = 5,30 \text{ cm}$ und $\overline{CD} = a_2 = 2,95 \text{ cm}$.

Berechnen Sie die Höhe h_s der Seitenfläche sowie die Mantelfläche M und die Körperhöhe h dieses Pyramidenstumpfes.

Strategie 1983 1b:

Gegeben:

Regelmäßiger
sechseckiger
Pyramidenstumpf

$$\overline{AB} = a_1 = 6,25 \text{ cm}$$

$$\overline{BC} = s = 5,30 \text{ cm}$$

$$\overline{CD} = a_2 = 2,95 \text{ cm}$$

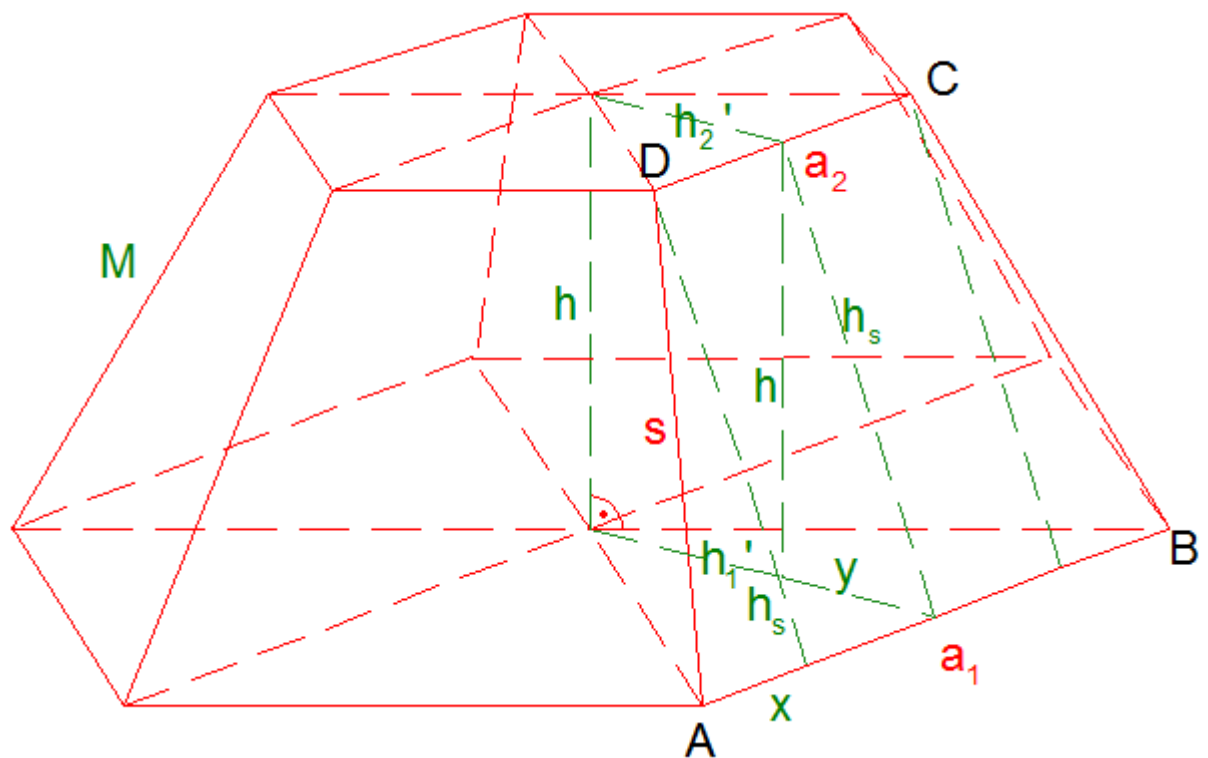
Gesucht:

$$h_s$$

$$M$$

$$h$$

Skizze:



Strategie 1983 1b:

Struktogramm:

2	h_s
$h_s^2 + x^2 = s^2$	

1

1	x
$x = \frac{a_1 - a_2}{2}$	

3	M
$M = 3 \cdot (a_1 + a_2) \cdot h_s$	

5	h
$h^2 + y^2 = h_s^2$	

2

4	y
$y = \frac{a_1 \cdot \sqrt{3}}{2} - \frac{a_2 \cdot \sqrt{3}}{2}$	

Lösung 1983 1b:

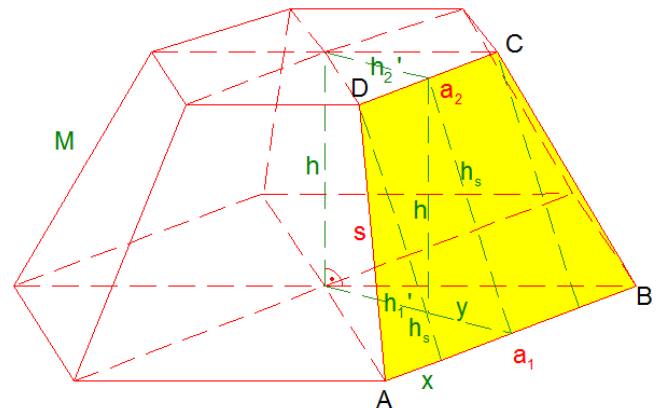
1. Berechnung der Strecke x:

$$x = \frac{a_1 - a_2}{2}$$

$$x = \frac{6,25 - 2,95}{2}$$

$$x = \frac{3,3}{2}$$

$$x = 1,65 \text{ cm}$$



2. Berechnung der Seitenflächen-Höhe h_s :

$$h_s^2 + x^2 = s^2$$

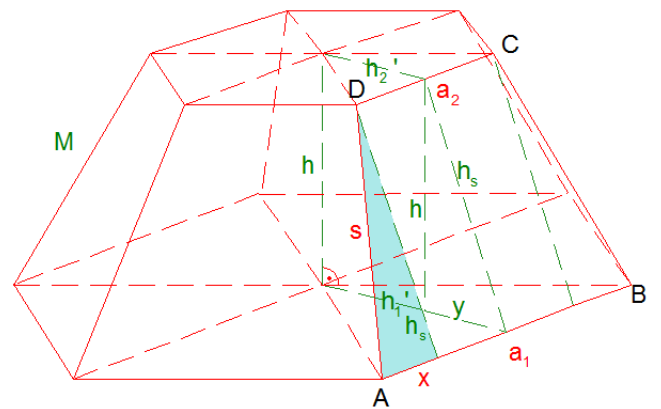
Pythagoras im rechtwinkligen hellblauen Teildreieck

$$h_s^2 + 1,65^2 = 5,3^2$$

$$h_s^2 + 2,7225 = 28,09 \quad | - 2,7225$$

$$h_s^2 = 25,3675 \quad | \sqrt{}$$

$$h_s = 5,04 \text{ cm}$$



3. Berechnung der Mantelfläche M:

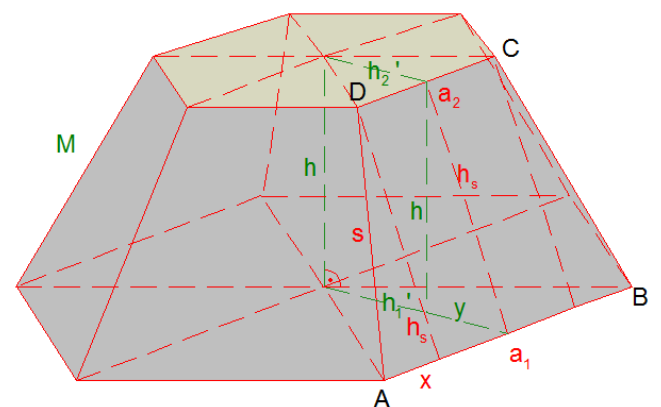
$$M = 3 \cdot (a_1 + a_2) \cdot h_s$$

Formel Mantel sechseitiger Pyramidenstumpf

$$M = 3 \cdot (6,25 + 2,95) \cdot 5,04$$

$$M = 3 \cdot 9,2 \cdot 5,04$$

$$M = 139,10 \text{ cm}^2$$



Lösung 1983 1b:

4. Berechnung der Strecke y:

$$y = h'_1 - h'_2$$

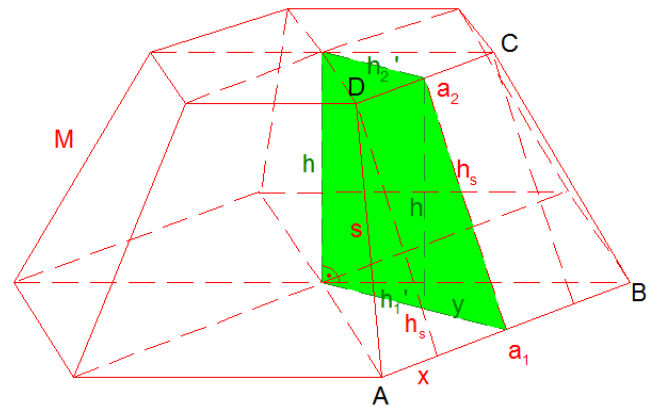
$$y = \frac{a_1 \cdot \sqrt{3}}{2} - \frac{a_2 \cdot \sqrt{3}}{2}$$

$$y = \frac{6,25 \cdot \sqrt{3}}{2} - \frac{2,95 \cdot \sqrt{3}}{2}$$

$$y = 5,41 - 2,55$$

$$y = 2,86 \text{ cm}$$

Höhen im
gleichseitigen
Dreieck



5. Berechnung der Pyramidenstumpf-Höhe h:

$$h^2 + y^2 = h_s^2$$

$$h^2 + 2,86^2 = 5,04^2$$

$$h^2 + 8,1796 = 25,4016 \quad | -8,1796$$

$$h^2 = 17,222$$

$$h = 4,15 \text{ cm}$$

Pythagoras im
rechtwinkligen
orangefarbenen
Teildreieck

