Aufgabe 1981 7c: **3 P**

In einer anderen arithmetischen Reihe sind $a_{16} = \frac{17}{3}k$ und $a_{18} = \frac{19}{3}k$.

Wie groß sind a_1 und d?

Zeigen Sie, dass sich in dieser arithmetischen Reihe für $k = -\frac{1}{2}$ die Summe $s_n = -\frac{n}{12}(n+3)$ ergibt.

Lösung 1981 7c:

1. Berechnung von d:

$a_{16} = a_1 + 15d$

$a_{18} = a_1 + 17d$

$a_{18} - a_{16} = a_1 + 17d - (a_1 + 15d)$

$a_{18} - a_{16} = a_1 + 17d - a_1 - 15d$

$a_{18} - a_{16} = 2d \qquad a_{18} = \frac{19}{3}k \quad \wedge \quad a_{16} = \frac{17}{3}k$

$\frac{19}{3}k - \frac{17}{3}k = 2d$

$\frac{2}{3}k = 2d$ Seiten tauschen

$2d = \frac{2}{3}k \qquad |:2$

$\underline{\underline{d = \frac{1}{3}k}}$

2. Berechnung von a_1:

$a_{16} = a_1 + 15d \qquad a_{16} = \frac{17}{3}k$

$\frac{17}{3}k = a_1 + 15d$

$\frac{17}{3}k = a_1 + 15\frac{1}{3}k$ Seiten tauschen

$a_1 + 15\frac{1}{3}k = \frac{17}{3}k$

$a_1 + \frac{15}{3}k = \frac{17}{3}k \qquad \left| -\frac{15}{3}k \right.$

$\underline{\underline{a_1 = \frac{2}{3}k}}$

Lösung 1981 7c:

3. Berechnung von s_n für $k = -\frac{1}{2}$:

$$s_n = \frac{n}{2}(a_1 + a_n)$$

$$s_n = \frac{n}{2}\left[a_1 + a_1 + (n-1)\cdot d\right]$$

$$s_n = \frac{n}{2}\left[\frac{2}{3}k + \frac{2}{3}k + (n-1)\cdot\frac{1}{3}k\right]$$

$$s_n = \frac{n}{2}\left[\frac{4}{3}k + \frac{nk}{3} - \frac{1}{3}k\right]$$

$$s_n = \frac{n}{2}\left[k + \frac{nk}{3}\right]$$

$$s_n = \frac{n}{2}k\left[1 + \frac{n}{3}\right]$$

$$s_n = \frac{n}{2}\cdot\left(-\frac{1}{2}\right)\left[1 + \frac{n}{3}\right]$$

$$s_n = \left(-\frac{n}{4}\right)\cdot\left[1 + \frac{n}{3}\right]$$

$$s_n = \left(-\frac{n}{4}\right)\cdot\left[1 + \frac{n}{3}\right]\cdot\frac{3}{3}$$

$$s_n = \left(-\frac{n}{4}\right)\cdot\left[1 + \frac{n}{3}\right]\cdot\frac{1}{3}\cdot 3$$

$$s_n = \left(-\frac{n}{4}\right)\cdot\frac{1}{3}\cdot\left[1 + \frac{n}{3}\right]\cdot 3$$

$$s_n = \left(-\frac{n}{12}\right)\cdot\left[1 + \frac{n}{3}\right]\cdot 3$$

$$s_n = \left(-\frac{n}{12}\right)\cdot\left[3 + n\right]$$

$$\underline{\underline{s_n = -\frac{n}{12}\cdot(n+3)}}$$