

Aufgabe 1981 6b:

4 P

Für welche m hat die quadratische Gleichung

$$x^2 - 4mx + 64m - 220 = 0$$

genau eine Lösung?

Geben Sie die entstehenden Gleichungen und deren Lösungen an.

Lösung 1981 6b:

1. Berechnung von m :

$$x^2 - 4mx + 64m - 220 = 0$$

Normalform einer quadratischen Gleichung

$$x^2 - 4mx + 64m - 220 = 0$$

$$x^2 + px + q = 0$$

p und q bestimmen

$$p = -4m$$

$$q = 64m - 220$$

$$x_{1,2} = -\frac{p}{2} \pm \sqrt{\frac{p^2}{4} - q}$$

Lösungsformel

$$\frac{p^2}{4} - q = 0$$

Genau eine Lösung,
wenn $\frac{p^2}{4} - q = 0$

$$\frac{(-4m)^2}{4} - (64m - 220) = 0$$

$$\frac{16m^2}{4} - 64m + 220 = 0$$

$$4m^2 - 64m + 220 = 0$$

$| : 4$

$$m^2 - 16m + 55 = 0$$

Normalform einer quadratischen Gleichung

$$m^2 - 16m + 55 = 0$$

$$m^2 + pm + q = 0$$

p und q bestimmen

$$p = -16$$

$$q = 55$$

$$m_{1,2} = -\frac{p}{2} \pm \sqrt{\frac{p^2}{4} - q}$$

Lösungsformel

$$m_{1,2} = -\frac{-16}{2} \pm \sqrt{\frac{(-16)^2}{4} - 55}$$

$$m_{1,2} = 8 \pm \sqrt{\frac{256}{4} - 55}$$

$$m_{1,2} = 8 \pm \sqrt{64 - 55}$$

$$m_{1,2} = 8 \pm \sqrt{9}$$

Lösung 1981 6b:

$$m_{1,2} = 8 \pm 3$$

$$m_1 = 8 + 3$$

$$\underline{m_1 = 11}$$

$$m_2 = 8 - 3$$

$$\underline{m_2 = 5}$$

2. Berechnung der 1. Gleichung:

$$x^2 - 4mx + 64m - 220 = 0 \quad m = 11$$

$$x^2 - 4 \cdot 11x + 64 \cdot 11 - 220 = 0$$

$$x^2 - 44x + 704 - 220 = 0$$

$$\underline{\underline{x^2 - 44x + 484 = 0}}$$

3. Berechnung der 2. Gleichung:

$$x^2 - 4mx + 64m - 220 = 0 \quad m = 5$$

$$x^2 - 4 \cdot 5x + 64 \cdot 5 - 220 = 0$$

$$x^2 - 20x + 320 - 220 = 0$$

$$\underline{\underline{x^2 - 20x + 100 = 0}}$$

4. Berechnung der Lösung 1. Gleichung:

$$x^2 - 44x + 484 = 0$$

$$x^2 - 44x + 484 = 0$$

$$x^2 + px + q = 0$$

$$p = -44$$

$$q = 484$$

p und q
bestimmen

$$x_{1,2} = -\frac{p}{2} \pm \sqrt{\frac{p^2}{4} - q} \quad \text{Lösungsformel}$$

$$x_{1,2} = -\frac{-44}{2} \pm \sqrt{\frac{(-44)^2}{4} - 484}$$

$$x_{1,2} = 22 \pm \sqrt{\frac{1936}{4} - 484}$$

$$x_{1,2} = 22 \pm \sqrt{484 - 484}$$

$$x_{1,2} = 22 \pm \sqrt{0}$$

$$x_{1,2} = 22 \pm 0$$

$$\underline{\underline{x_1 = x_2 = 22}}$$

Lösung 1981 6b:

5. Berechnung der Lösung 2. Gleichung:

$$x^2 - 20x + 100 = 0$$

$$x^2 - 20x + 100 = 0$$

$$x^2 + px + q = 0$$

p und q
bestimmen

$$p = -20$$

$$q = 100$$

$$x_{3,4} = -\frac{p}{2} \pm \sqrt{\frac{p^2}{4} - q}$$

Lösungsformel

$$x_{3,4} = -\frac{-20}{2} \pm \sqrt{\frac{(-20)^2}{4} - 100}$$

$$x_{3,4} = 10 \pm \sqrt{\frac{400}{4} - 100}$$

$$x_{3,4} = 10 \pm \sqrt{100 - 100}$$

$$x_{3,4} = 10 \pm \sqrt{0}$$

$$x_{3,4} = 10 \pm 0$$

$$\underline{\underline{x_3 = x_4 = 10}}$$