

Aufgabe 1981 5b:

4 P

Von einem Dreieck ABC sind gegeben:

$$\overline{AB} = c = 7 \text{ cm}, \angle CAB = \alpha = 50^\circ, \angle ABC = \beta = 75^\circ.$$

Die Winkelhalbierende w_α schneidet $\overline{BC} = a$ in D. Fällt man von D auf $\overline{AB} = c$ und auf $\overline{AC} = b$ die Lote, so erhält man einen Drachen AEDF. Fertigen Sie eine maßstabgerechte Zeichnung an. Berechnen Sie w_α und die Seiten des Drachsens.

Strategie 1981 5b:

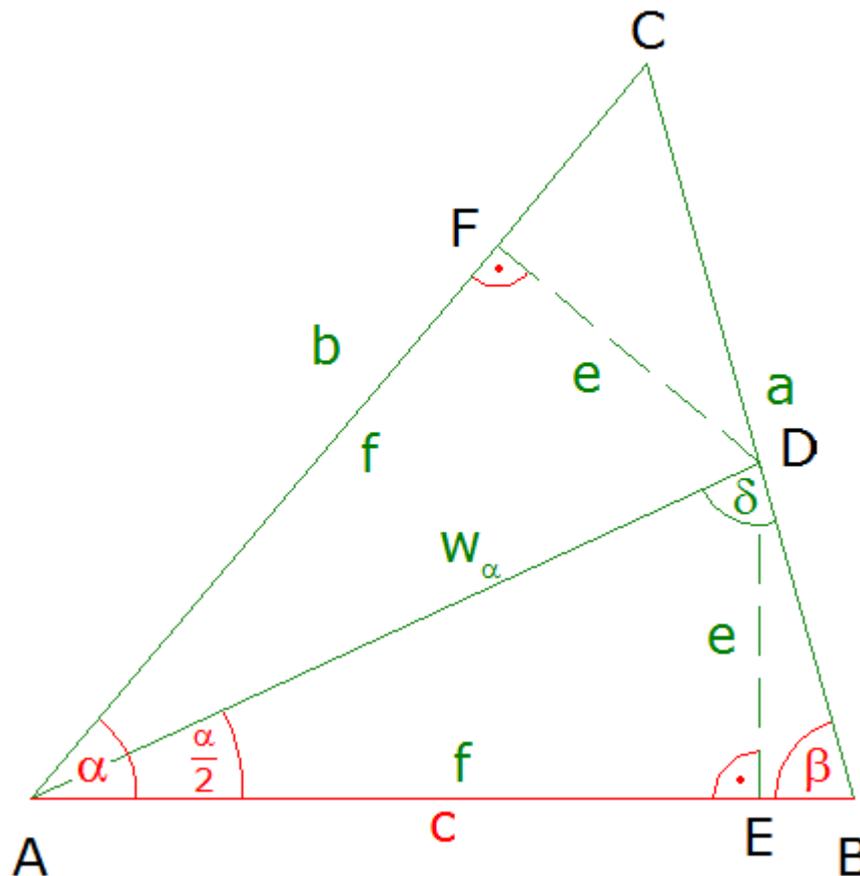
Gegeben:

- $\overline{AB} = c = 7 \text{ cm}$
- $\angle CAB = \alpha = 50^\circ$
- $\angle ABC = \beta = 75^\circ$

Gesucht:

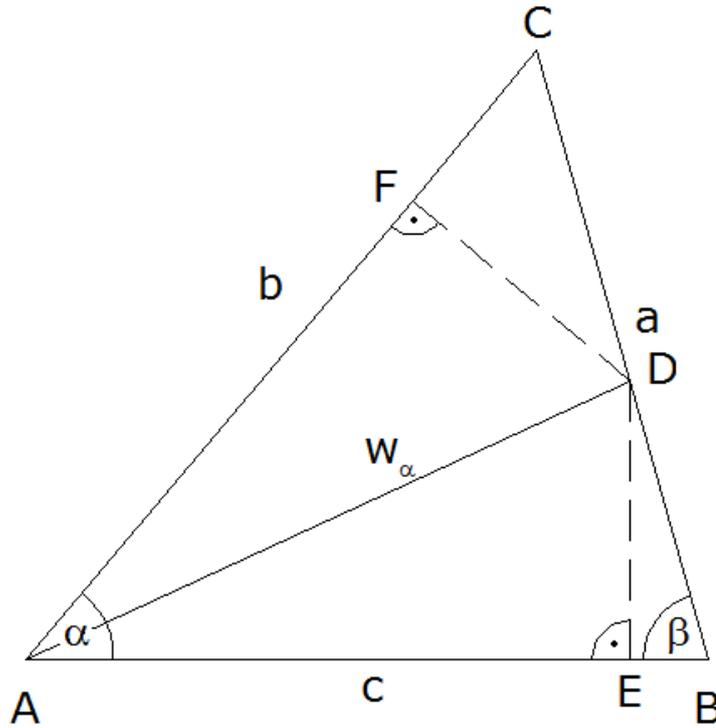
- w_α
- Seiten des Drachsens

Skizze:



Lösung 1981 5b:

1. Maßstabgerechte Zeichnung :



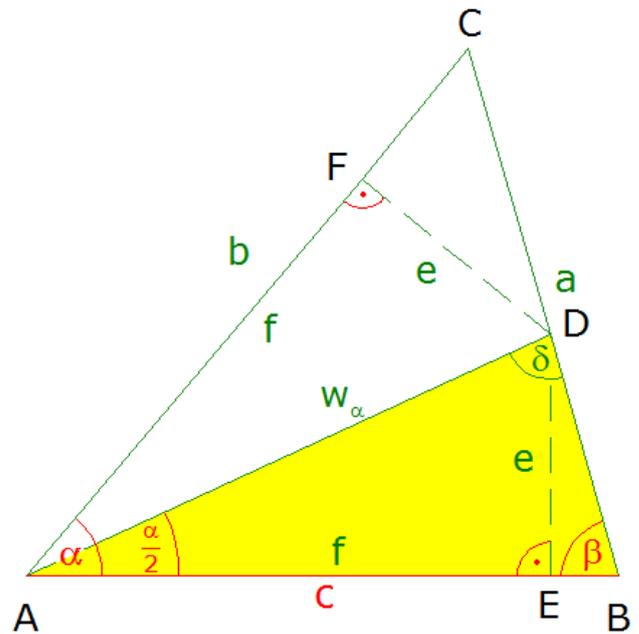
2. Berechnung des Winkels δ :

$$\delta = 180^\circ - \frac{\alpha}{2} - \beta$$
 Winkelsumme im
allgemeinen gelben
Teildreieck ABD

$$\delta = 180^\circ - \frac{50^\circ}{2} - 75^\circ$$

$$\delta = 180^\circ - 25^\circ - 75^\circ$$

$$\delta = 80^\circ$$



Lösung 1981 5b:

3. Berechnung der Winkelhalbierenden $\overline{AD} = w_\alpha$:

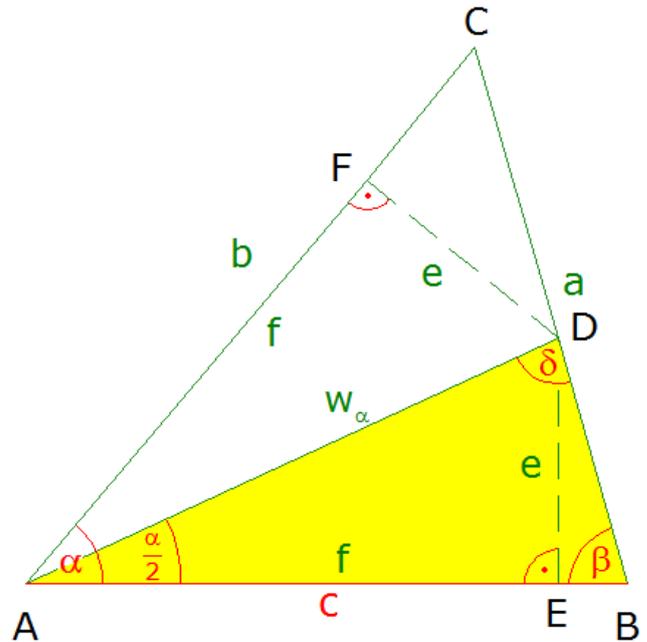
$$\frac{w_\alpha}{\sin \beta} = \frac{c}{\sin \delta} \quad \text{Sinussatz im allgemeinen gelben Teildreieck ABD}$$

$$\frac{w_\alpha}{\sin 75^\circ} = \frac{7}{\sin 80^\circ}$$

$$\frac{w_\alpha}{0,9659} = \frac{7}{0,9848}$$

$$\frac{w_\alpha}{0,9659} = 7,108 \quad | \cdot 0,9659$$

$$\underline{\underline{w_\alpha = 6,87 \text{ cm}}}$$



4. Berechnung der Drachenseiten $\overline{DE} = \overline{DF} = e$:

$$\sin \frac{\alpha}{2} = \frac{\text{Gegenkathete}}{\text{Hypotenuse}} = \frac{e}{w_\alpha} \quad \text{Sinusfunktion im rechtwinkligen hellblauen Teildreieck AED}$$

$$\sin \frac{50^\circ}{2} = \frac{e}{6,87}$$

$$\sin 25^\circ = \frac{e}{6,87}$$

$$0,4226 = \frac{e}{6,87}$$

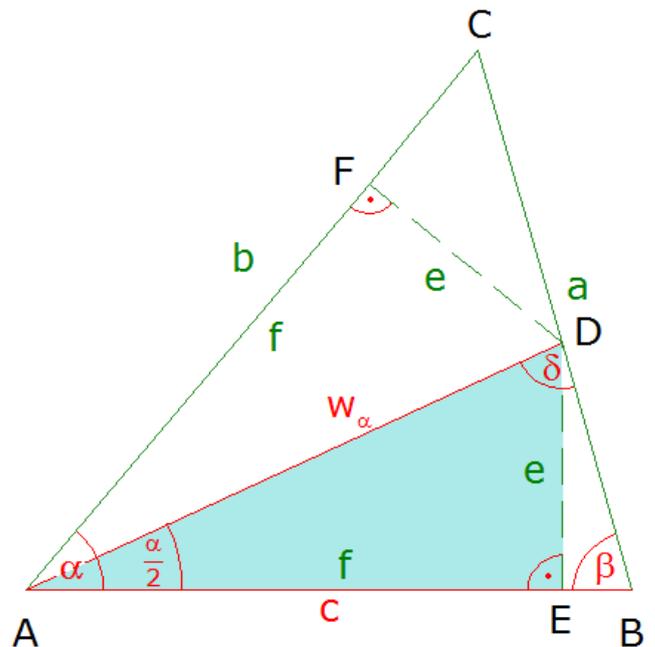
Seiten tauschen

$$\frac{e}{6,87} = 0,4226 \quad | \cdot 6,87$$

$$\underline{e = 2,90 \text{ cm}}$$

$$\underline{\underline{\overline{DE} = 2,90 \text{ cm}}}$$

$$\underline{\underline{\overline{DF} = 2,90 \text{ cm}}}$$



Lösung 1981 5b:

5. Berechnung der Drachenseiten $\overline{AE} = \overline{AF} = f$:

$$\cos \frac{\alpha}{2} = \frac{\text{Ankathete}}{\text{Hypotenuse}} = \frac{f}{w_\alpha} \quad \begin{array}{l} \text{Kosinusfunktion im} \\ \text{rechtwinkligen hellblauen} \\ \text{Teildreieck AED} \end{array}$$

$$\cos \frac{50^\circ}{2} = \frac{f}{6,87}$$

$$\cos 25^\circ = \frac{f}{6,87}$$

$$0,9063 = \frac{f}{6,87}$$

$$\frac{f}{6,87} = 0,9063$$

$$f = 6,23 \text{ cm}$$

$$\underline{\underline{\overline{AE} = 6,23 \text{ cm}}}$$

$$\underline{\underline{\overline{AF} = 6,23 \text{ cm}}}$$

Seiten tauschen

$$| \cdot 6,87$$

