

Aufgabe 1981 4c:

3 P

Ein rechtwinkliges Dreieck ABC mit $\angle ACB = 90^\circ$ ist durch den Hypotenusenabschnitt $\overline{AD} = q$ und den Winkel $\angle CAB = \alpha = 30^\circ$ bestimmt.

Stellen Sie in Abhängigkeit von q eine Formel zur Berechnung des Flächeninhaltes des Dreieckes auf.

Welchen Wert nimmt q für $A = 8\sqrt{3} \text{ cm}^2$ an?

Strategie 1981 4c:

Gegeben:

$\angle ACB = 90^\circ$

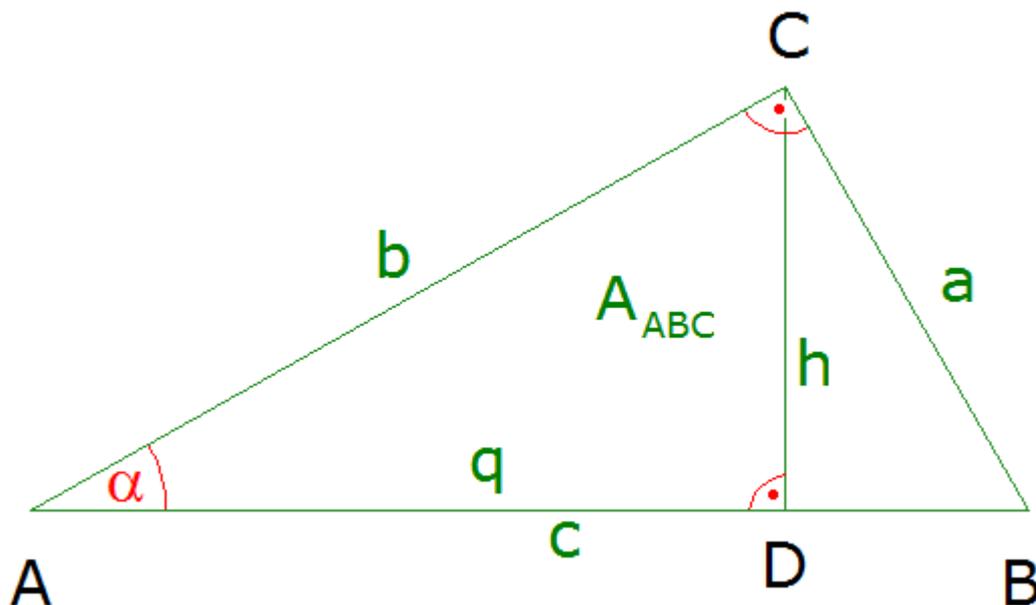
$\angle CAB = \alpha = 30^\circ$

Gesucht:

A_{ABC}

q

Skizze:



Lösung 1981 4c:

1. Berechnung der Strecke $\overline{AC} = b$:

$$\cos \alpha = \frac{\text{Ankathete}}{\text{Hypotenuse}} = \frac{q}{b} \quad \begin{array}{l} \text{Kosinusfunktion im} \\ \text{rechtwinkligen gelben} \\ \text{Teildreieck ADC} \end{array}$$

$$\cos 30^\circ = \frac{q}{b} \quad \cos 30^\circ = \frac{1}{2} \sqrt{3}$$

$$\frac{1}{2} \sqrt{3} = \frac{q}{b} \quad | \cdot b$$

$$b \cdot \frac{1}{2} \sqrt{3} = q \quad | \cdot 2$$

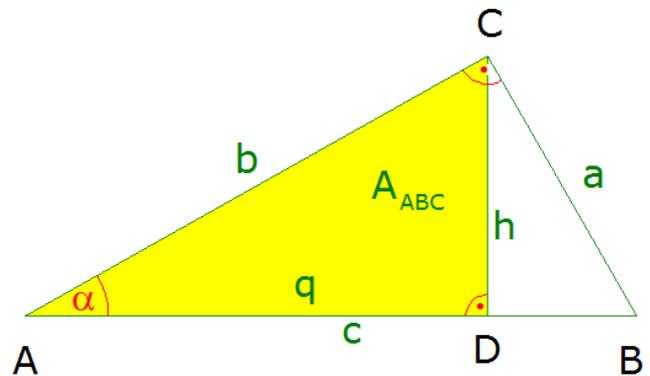
$$b \cdot \sqrt{3} = 2 \cdot q \quad | : \sqrt{3}$$

$$b = \frac{2 \cdot q}{\sqrt{3}}$$

$$b = \frac{2 \cdot q \cdot \sqrt{3}}{\sqrt{3} \cdot \sqrt{3}} \quad \text{Bruch erweitern}$$

$$b = \frac{2 \cdot q \cdot \sqrt{3}}{3}$$

$$\underline{b = \frac{2}{3} \sqrt{3} q \text{ LE}}$$



2. Berechnung der Strecke $\overline{BC} = a$:

$$\tan \alpha = \frac{\text{Gegenkathete}}{\text{Ankathete}} = \frac{a}{b} \quad \begin{array}{l} \text{Tangensfunktion im} \\ \text{rechtwinkligen hellblauen} \\ \text{Dreieck ABC} \end{array}$$

$$\tan 30^\circ = \frac{a}{\frac{2}{3} \sqrt{3} q} \quad \tan 30^\circ = \frac{1}{3} \sqrt{3}$$

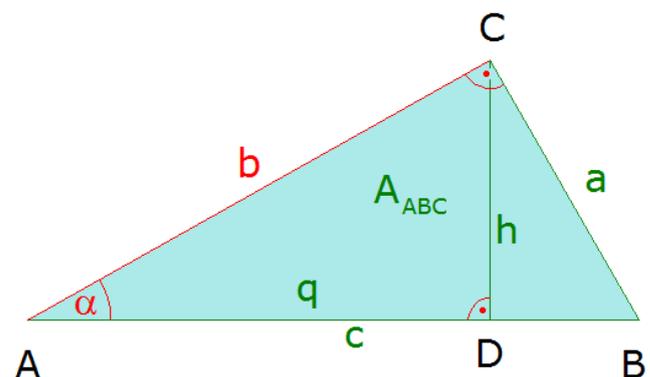
$$\frac{1}{3} \sqrt{3} = \frac{a}{\frac{2}{3} \sqrt{3} q} \quad \text{Seiten tauschen}$$

$$\frac{a}{\frac{2}{3} \sqrt{3} q} = \frac{1}{3} \sqrt{3} \quad | \cdot \frac{2}{3} \sqrt{3} q$$

$$a = \frac{1}{3} \sqrt{3} \cdot \frac{2}{3} \sqrt{3} q$$

$$a = \frac{2}{9} \cdot 3 \cdot q$$

$$\underline{a = \frac{2}{3} q \text{ LE}}$$



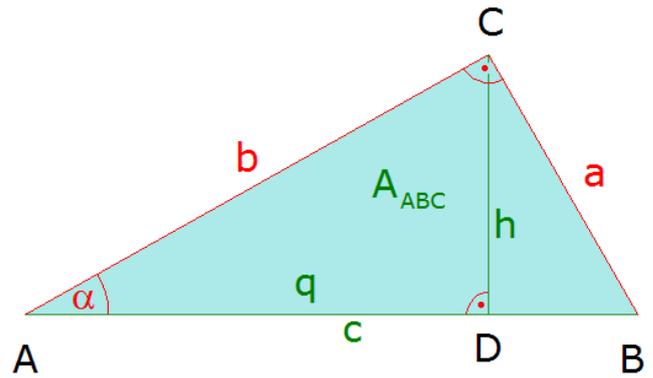
Lösung 1981 4c:

3. Berechnung der Dreiecksfläche A_{ABC} :

$$A_{ABC} = \frac{1}{2} \cdot a \cdot b$$

$$A_{ABC} = \frac{1}{2} \cdot \frac{2}{3}q \cdot \frac{2}{3}\sqrt{3}q$$

$$\underline{\underline{A_{ABC} = \frac{2}{9}\sqrt{3}q^2}}$$



4. Berechnung von q für $A_{ABC} = 8\sqrt{3} \text{ cm}^2$:

$$\frac{2}{9}\sqrt{3}q^2 = 8\sqrt{3} \quad | : \sqrt{3}$$

$$\frac{2}{9}q^2 = 8 \quad | \cdot \frac{9}{2}$$

$$q^2 = 36 \quad | \sqrt{\quad}$$

$$\underline{\underline{q = 6 \text{ cm}}}$$