

Aufgabe 1981 3b:

4 P

Die Grundfläche eines Prismas ist ein Dreieck ABC mit den Seiten $\overline{AB} = c = 5 \text{ cm}$ und $\overline{AC} = b = 3 \text{ cm}$ sowie dem Winkel $\sphericalangle CAB = \alpha = 60^\circ$. Diesem Prisma ist ein Zylinder mit dem Volumen $V = 63,5\pi \text{ cm}^3$ umbeschrieben.

Berechnen Sie die Seite $\overline{BC} = a$ des Dreiecks sowie den Radius r und die Höhe h des Zylinders.

Strategie 1981 3b:

Gegeben:

Prisma

$$\overline{AB} = c = 5 \text{ cm}$$

$$\overline{AC} = b = 3 \text{ cm}$$

$$\sphericalangle CAB = \alpha = 60^\circ$$

$$V_{\text{Zyl}} = 63,5\pi \text{ cm}^3$$

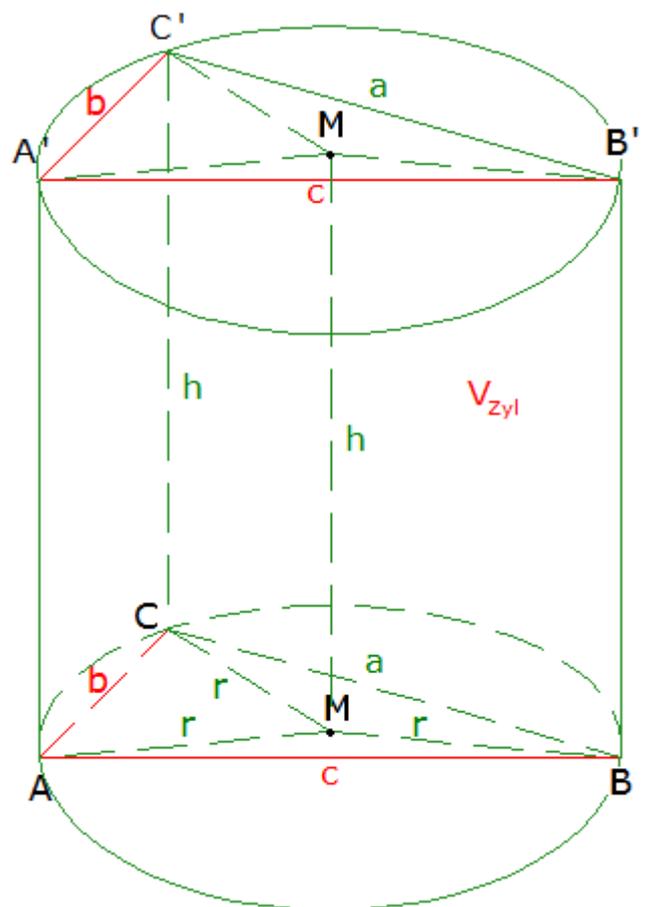
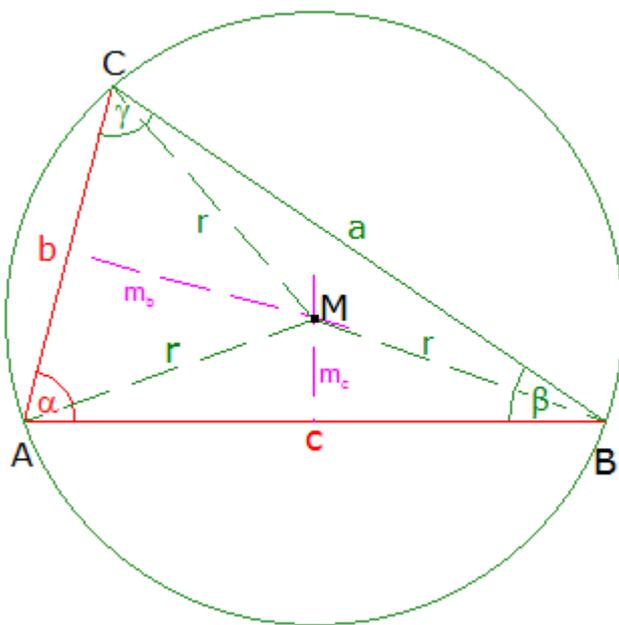
Gesucht:

$$\overline{BC} = a$$

r

h

Skizze:



Lösung 1981 3b:

1. Berechnung der Strecke $\overline{BC} = a$:

$a^2 = b^2 + c^2 - 2 \cdot b \cdot c \cdot \cos \alpha$ Kosinussatz im
allgemeinen
gelben
Dreieck ABC

$a^2 = 3^2 + 5^2 - 2 \cdot 3 \cdot 5 \cdot \cos 60^\circ$

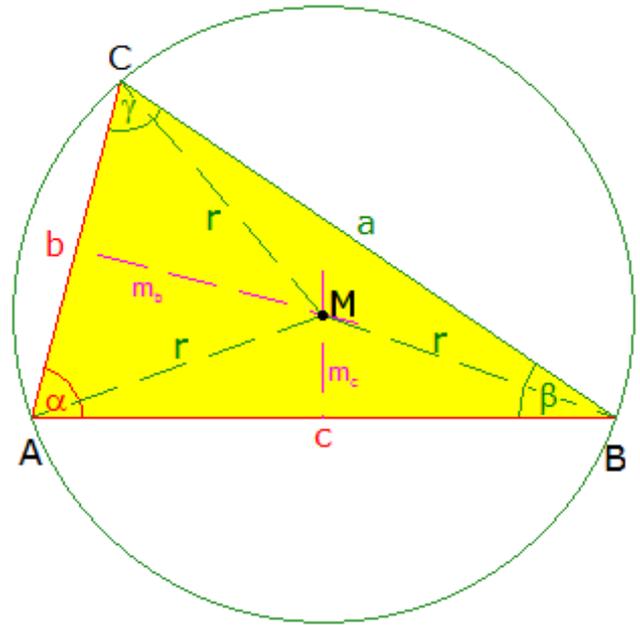
$a^2 = 3^2 + 5^2 - 30 \cdot 0,5$

$a^2 = 9 + 25 - 15$

$a^2 = 19$

$|\sqrt{\quad}$

$a = 4,36 \text{ cm}$



2. Berechnung des Umkreisradius r:

$\frac{a}{\sin \alpha} = 2r$ Sinussatz im allgemeinen
gelben Dreieck ABC

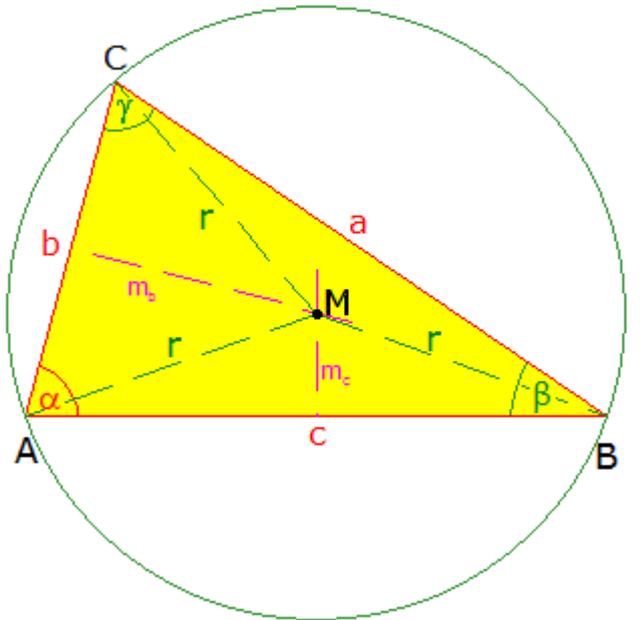
$\frac{4,36}{\sin 60^\circ} = 2r$

$\frac{4,36}{0,8660} = 2r$ Seiten tauschen

$2r = \frac{4,36}{0,8660}$

$2r = 5,0345 \quad | : 2$

$r = 2,52 \text{ cm}$



Lösung 1981 3b:

3. Berechnung der Zylinderhöhe h:

$V = r^2 \cdot \pi \cdot h$ Formel Zylindervolumen

$63,5\pi = 2,52^2 \cdot \pi \cdot h$

$63,5\pi = 6,35 \cdot \pi \cdot h$ Seiten tauschen

$6,35 \cdot \pi \cdot h = 63,5\pi$ $|\ : \pi$

$6,35 \cdot h = 63,5$ $|\ : 6,35$

$h = 10 \text{ cm}$

