

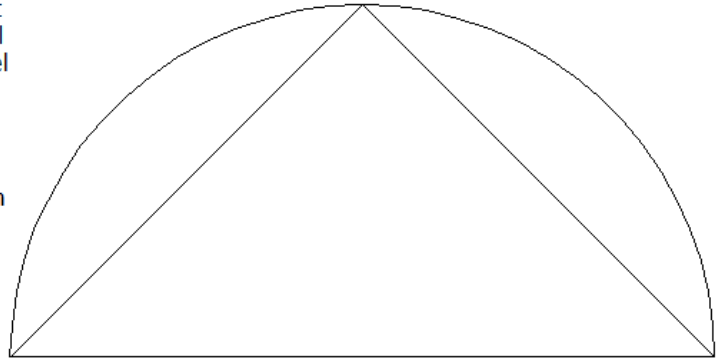
Aufgabe 1981 2c:

3 P

Nebenstehende Abbildung stellt einen Diagonalschnitt durch eine quadratische Pyramide, der eine Halbkugel umbeschrieben ist, dar. Das Volumen dieser Halbkugel beträgt $V_H = 18\pi e^3 \text{ VE}$.

Berechnen Sie den Radius r der Halbkugel und die Grundkante a der Pyramide in Abhängigkeit von e .

Für welchen Wert von e hat die Pyramide ein Volumen von $V_P = 144 \text{ VE}$?



Strategie 1981 2c:

Gegeben:

Quadratische Pyramide
Halbkugel

$$V_H = 18\pi e^3 \text{ VE}$$

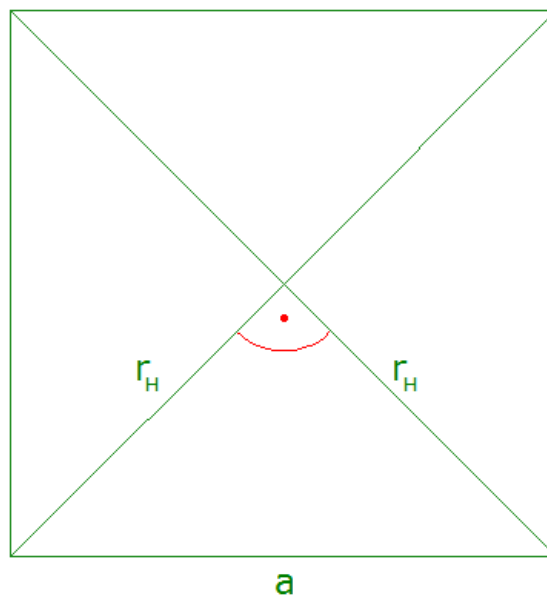
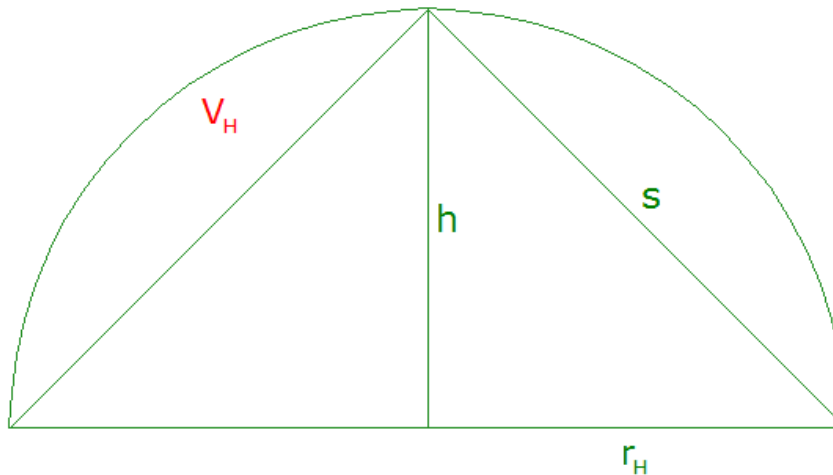
Gesucht:

r_H

a

e

Skizze:



Lösung 1981 2c:

1. Berechnung des Halbkugelradius r_H :

$$V_H = \frac{2}{3} \pi r_H^3 \quad \text{Formel Volumen Halbkugel}$$

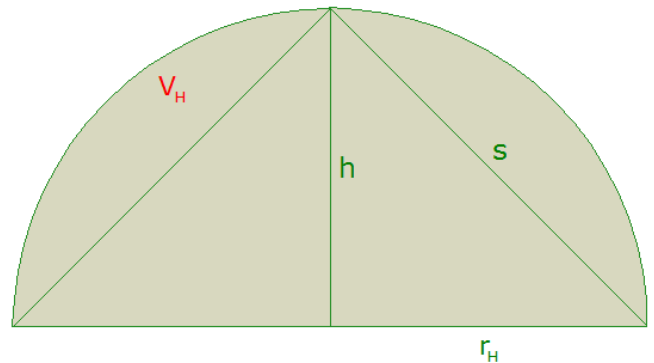
$$V_H = 18\pi e^3$$

$$\frac{2}{3} \pi r_H^3 = 18\pi e^3 \quad | : \pi$$

$$\frac{2}{3} r_H^3 = 18e^3 \quad | \cdot \frac{3}{2}$$

$$r_H^3 = 27e^3 \quad | \sqrt[3]{}$$

$$\underline{\underline{r_H = 3e \text{ LE}}}$$



2. Berechnung der Pyramidengrundkante a :

$$r_H^2 + r_H^2 = a^2 \quad \text{Pythagoras im rechtwinkligen gelben Teildreieck}$$

$$(3e)^2 + (3e)^2 = a^2$$

$$9e^2 + 9e^2 = a^2$$

$$18e^2 = a^2 \quad \text{Seiten tauschen}$$

$$a^2 = 18e^2 \quad | \sqrt{}$$

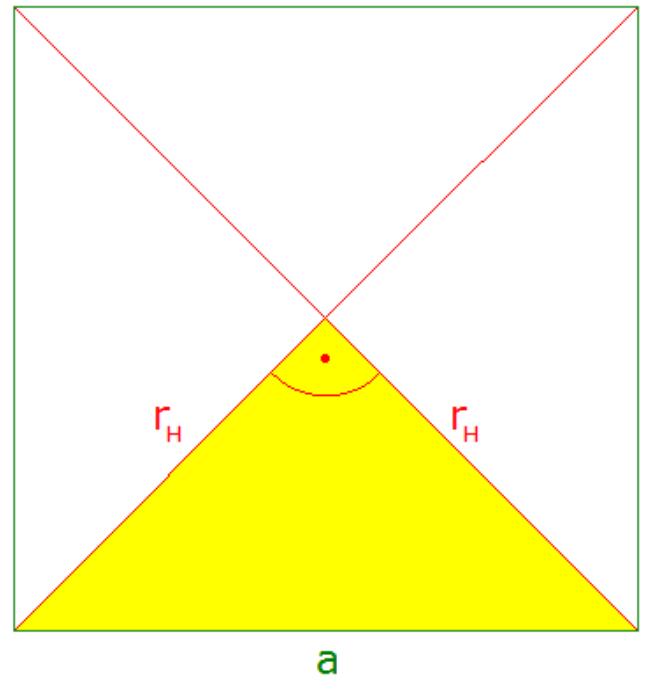
$$a = \sqrt{18e^2}$$

$$a = \sqrt{2 \cdot 9 \cdot e^2}$$

$$a = \sqrt{2} \cdot \sqrt{9} \cdot \sqrt{e^2}$$

$$a = \sqrt{2} \cdot 3 \cdot e$$

$$\underline{\underline{a = 3e\sqrt{2} \text{ LE}}}$$



3. Berechnung von e für $V_p = 144 \text{ VE}$:

$$V_p = \frac{1}{3} \cdot a^2 \cdot h \quad \text{Formel Volumen quadratische Pyramide}$$

$$144 = \frac{1}{3} \cdot a^2 \cdot 3e \quad h = r_H = 3e$$

$$144 = \frac{1}{3} \cdot (3e\sqrt{2})^2 \cdot 3e \quad a = 3e\sqrt{2}$$

$$144 = (3e\sqrt{2})^2 \cdot e$$

$$144 = 9 \cdot e^2 \cdot 2 \cdot e$$

$$144 = 18 \cdot e^3$$

Lösung 1981 2c:

$$18 \cdot e^3 = 144 \quad | :18$$

$$e^3 = 8 \quad | \sqrt[3]{}$$

$$\underline{\underline{e = 2 \text{ LE}}}$$