Aufgabe 1981 2b: **4 P**

Ein Kegelstumpf mit dem Grundkreisradius $r_1 = 6\,\text{cm}$ und der Höhe $h = 6\,\text{cm}$ hat ein Volumen $V = 126\pi\,\text{cm}^3$.

Wie groß sind der Deckkreisradius r_2 und die Oberfläche O dieses Kegelstumpfes?

Strategie 1981 2b:

Gegeben:

Kegelstumpf

$r_1 = 6\,\text{cm}$

$h = 6\,\text{cm}$

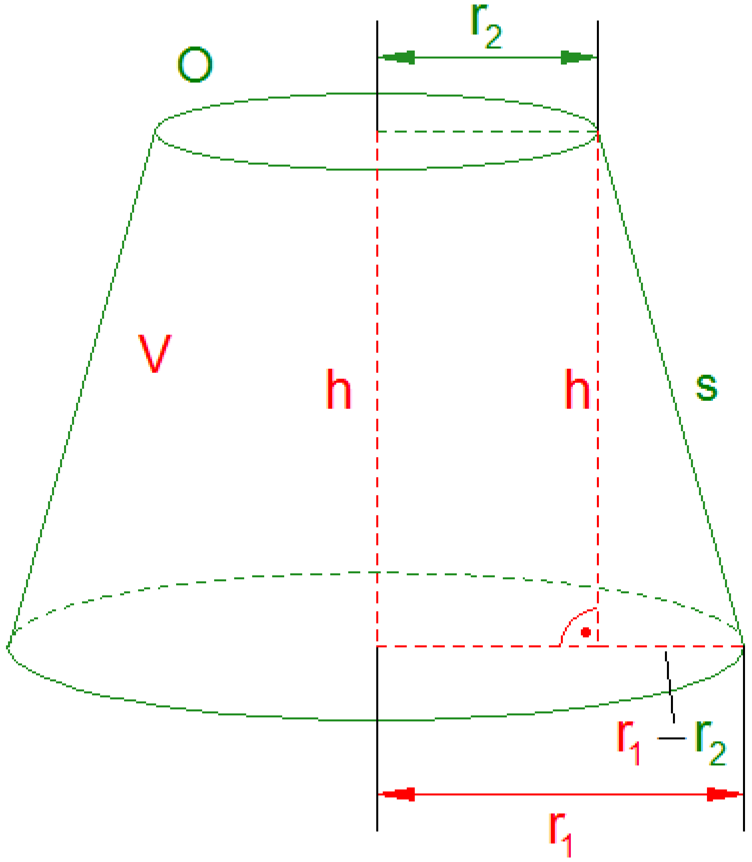
$V = 126\pi\,\text{cm}^3$

Gesucht:

r_2

O

Skizze:



Lösung 1981 2b:

1. Berechnung des Deckkreisradius r_2:

$$V = \frac{1}{3} \cdot \pi \cdot h \cdot \left(r_1^2 + r_1 \cdot r_2 + r_2^2\right)$$ Formel Volumen Kegelstumpf

$$126\pi = \frac{1}{3} \cdot \pi \cdot 6 \cdot \left(6^2 + 6 \cdot r_2 + r_2^2\right)$$

$$126\pi = 2\pi \cdot \left(r_2^2 + 6 \cdot r_2 + 36\right)$$ Seiten tauschen

$$2\pi \cdot \left(r_2^2 + 6 \cdot r_2 + 36\right) = 126\pi \quad | : 2\pi$$

$$r_2^2 + 6r_2 + 36 = 63 \quad | -63$$

Normalform einer quadratischen Gleichung

$$r_2^2 + 6r_2 - 27 = 0$$

$$r_2^2 + 6r_2 - 27 = 0$$

$$x^2 + px + q = 0$$ p und q bestimmen

$$p = 6$$

$$q = -27$$

$$x_{1,2} = -\frac{p}{2} \pm \sqrt{\frac{p^2}{4} - q}$$ Lösungsformel

$$x_{1,2} = -\frac{6}{2} \pm \sqrt{\frac{6^2}{4} - (-27)}$$

$$x_{1,2} = -3 \pm \sqrt{\frac{36}{4} + 27}$$

$$x_{1,2} = -3 \pm \sqrt{9 + 27}$$

$$x_{1,2} = -3 \pm \sqrt{36}$$

$$x_{1,2} = -3 \pm 6$$

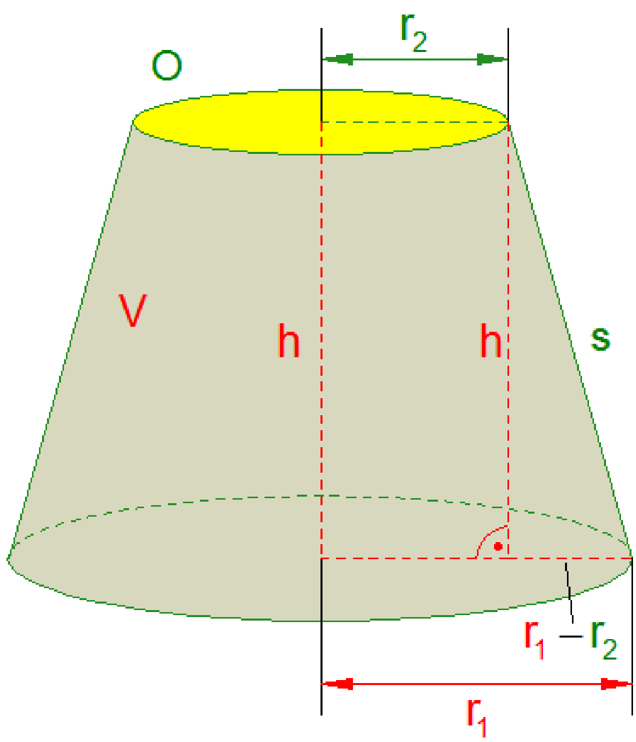
$$x_1 = -3 + 6$$

$$\underline{x_1 = 3}$$

$$x_2 = -3 - 6$$

$$\cancel{x_2 = -9}$$ keine Lösung, da negativ

$$\underline{\underline{r_2 = 3\,\text{cm}}}$$



Lösung 1981 2b:

2. Berechnung der Mantellinie s:

$$s^2 = h^2 + (r_1 - r_2)^2$$

Pythagoras im rechtwinkligen hellblauen Teildreieck

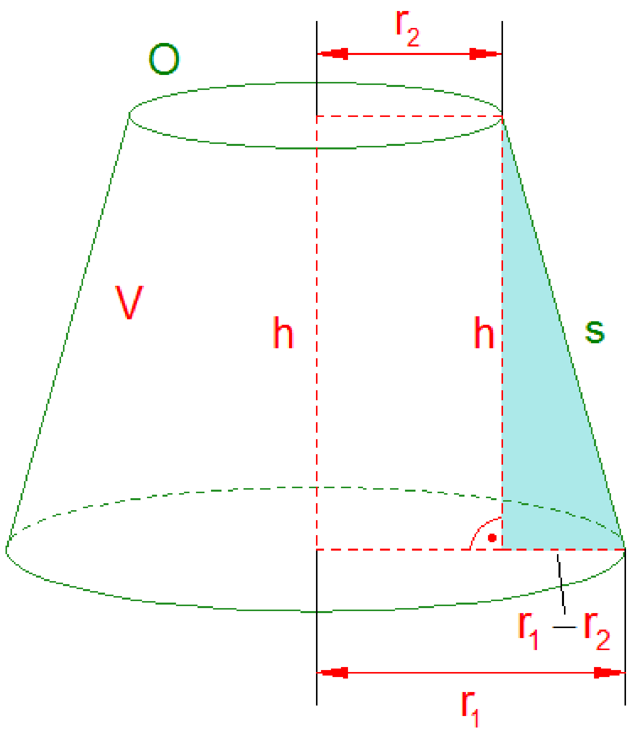
$$s^2 = 6^2 + (6-3)^2$$

$$s^2 = 6^2 + 3^2$$

$$s^2 = 36 + 9$$

$$s^2 = 45 \quad \Big| \sqrt{}$$

$$\underline{s = 6{,}71\,\text{cm}}$$



3. Berechnung der Kegelstumpfoberfläche O:

$$O = \pi\left[r_1^2 + r_2^2 + s \cdot (r_1 + r_2)\right]$$

$$O = \pi\left[6^2 + 3^2 + 6{,}71 \cdot (6+3)\right]$$

$$O = \pi\left[6^2 + 3^2 + 6{,}71 \cdot 9\right]$$

$$O = \pi\left[36 + 9 + 60{,}39\right]$$

$$O = \pi \cdot 105{,}39$$

$$\underline{\underline{O = 331{,}1\,\text{cm}^2}}$$