

Aufgabe 1981 1b:

4 P

In einem rechtwinkligen Koordinatensystem (Längeneinheit 1 cm) ist ein Parallelogramm $A'B'C'D'$ durch die Koordinaten seiner Eckpunkte $A'(1|0)$, $B'(3|0)$, $C'(6|4)$ und $D'(4|4)$ gegeben. Dieses Parallelogramm rotiert um die y-Achse. Berechnen Sie die Oberfläche des Rotationskörpers als Vielfaches von π .

Strategie 1981 1b:

Gegeben:

Rotationskörper

$A'(1|0)$

$B'(3|0)$

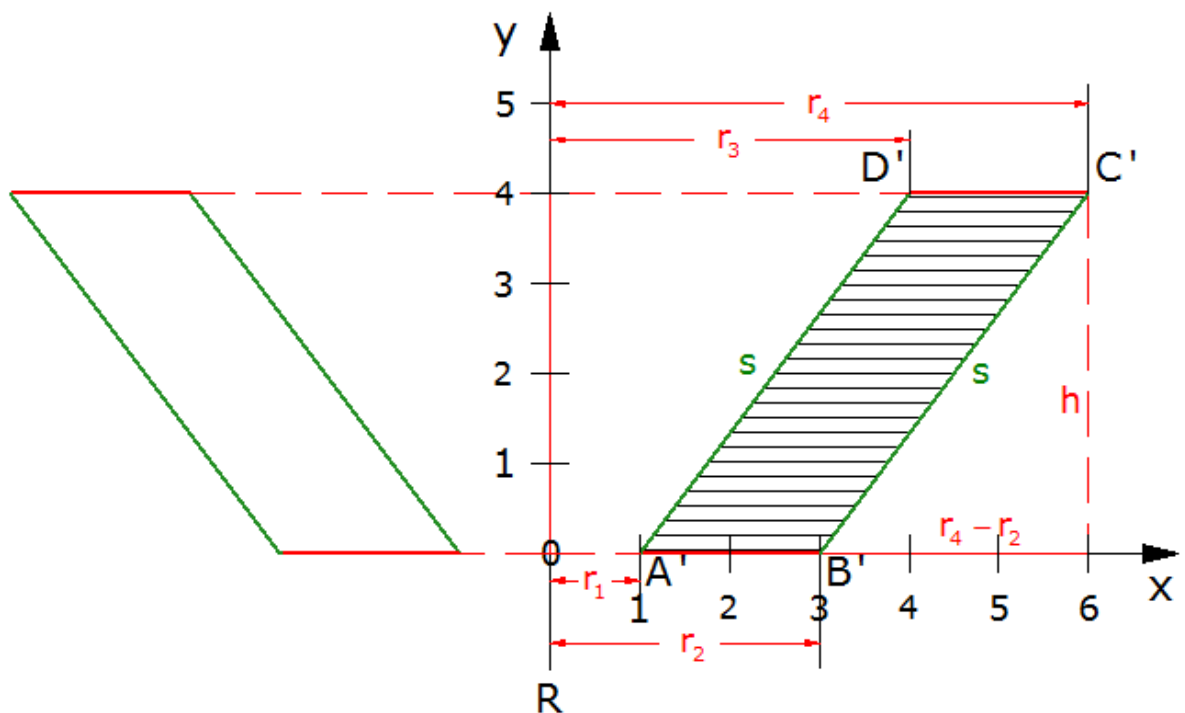
$C'(6|4)$

$D'(4|4)$

Gesucht:

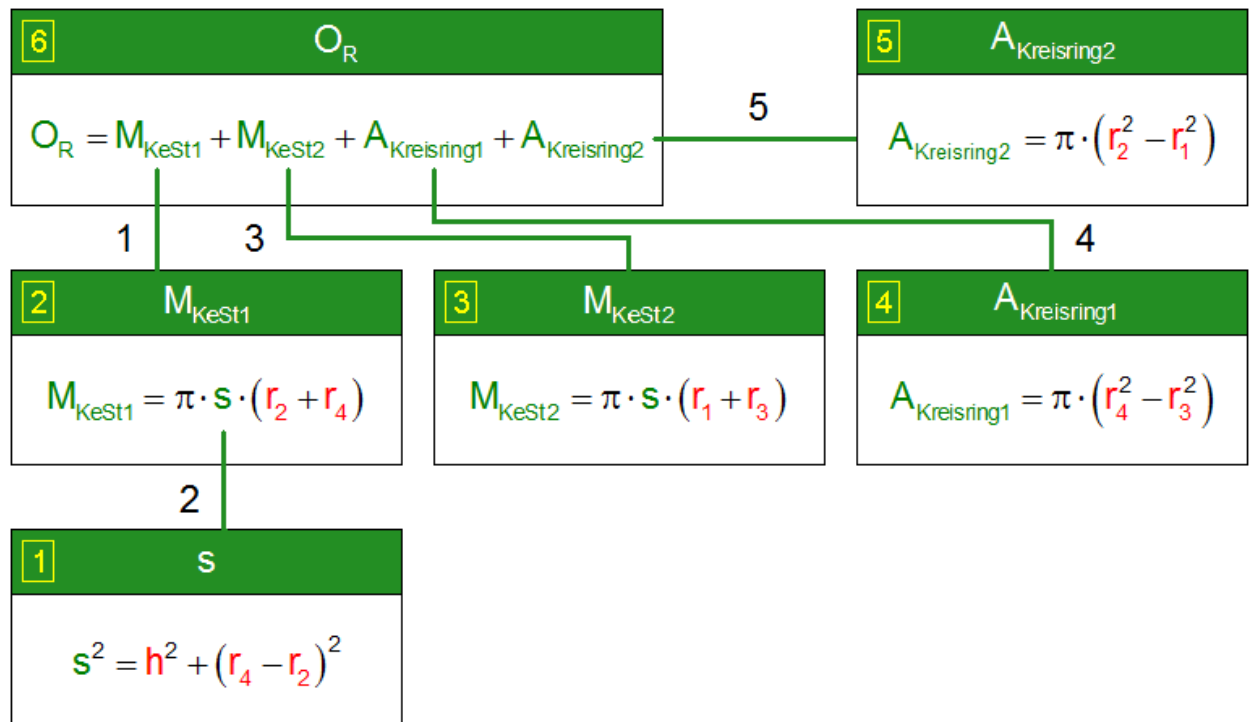
O_R

Skizze:



Strategie 1981 1b:

Struktogramm:



Lösung 1981 1b:

1. Berechnung der Mantellinie s :

$$s^2 = h^2 + (r_4 - r_2)^2 \quad \text{Pythagoras im rechtwinkligen gelben Teildreieck}$$

$$s^2 = 4^2 + (6 - 3)^2$$

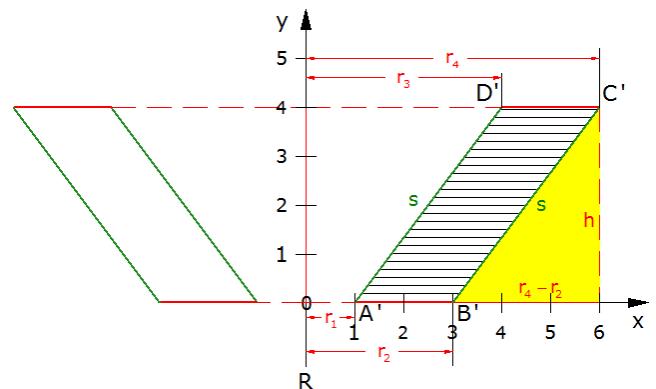
$$s^2 = 4^2 + 3^2$$

$$s^2 = 16 + 9$$

$$s^2 = 25$$

$\sqrt{\quad}$

$$s = 5 \text{ cm}$$



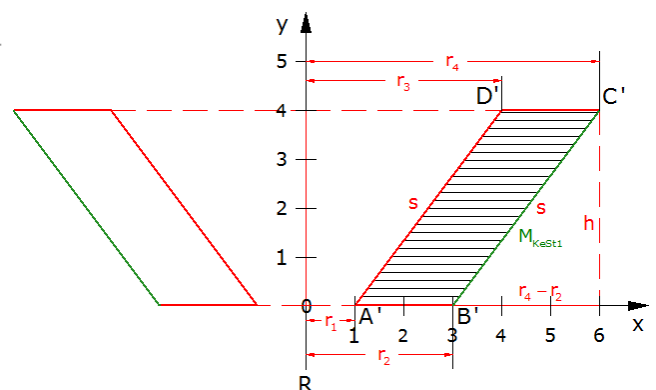
2. Berechnung des Kegelstumpfmantels M_{KeSt1} :

$$M_{KeSt1} = \pi \cdot s \cdot (r_2 + r_4)$$

$$M_{KeSt1} = \pi \cdot 5 \cdot (3 + 6)$$

$$M_{KeSt1} = \pi \cdot 5 \cdot 9$$

$$M_{KeSt1} = 45\pi \text{ cm}^2$$



Lösung 1981 1b:

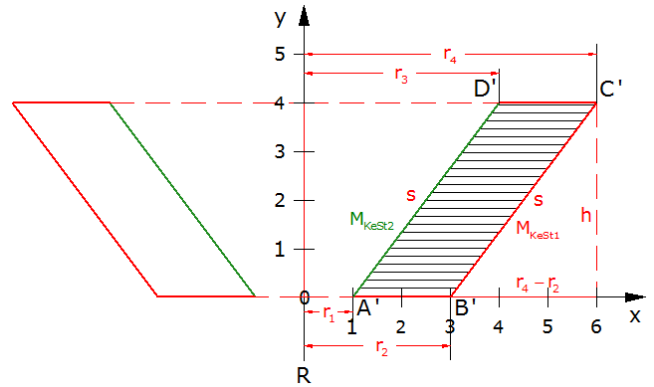
3. Berechnung des Kegelstumpfmantels M_{KeSt2} :

$$M_{\text{KeSt2}} = \pi \cdot s \cdot (r_1 + r_3)$$

$$M_{\text{KeSt2}} = \pi \cdot 5 \cdot (1 + 4)$$

$$M_{\text{KeSt2}} = \pi \cdot 5 \cdot 5$$

$$\underline{M_{\text{KeSt2}} = 25\pi \text{ cm}^2}$$



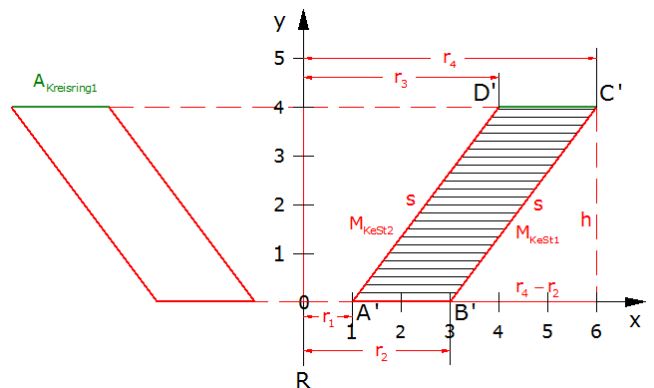
4. Berechnung der Kreisringfläche $A_{\text{Kreisring1}}$:

$$A_{\text{Kreisring1}} = \pi \cdot (r_4^2 - r_3^2)$$

$$A_{\text{Kreisring1}} = \pi \cdot (6^2 - 4^2)$$

$$A_{\text{Kreisring1}} = \pi \cdot (36 - 16)$$

$$\underline{A_{\text{Kreisring1}} = 20\pi \text{ cm}^2}$$



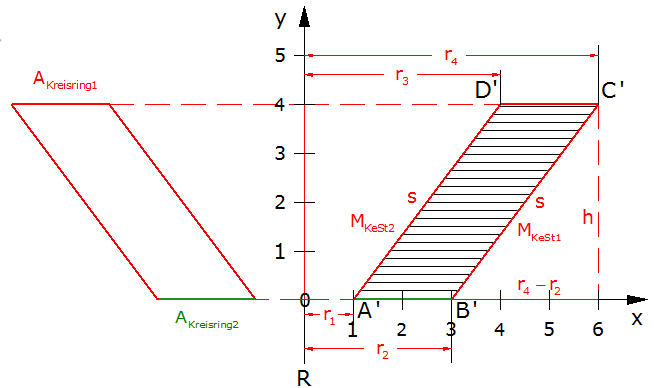
5. Berechnung der Kreisringfläche $A_{\text{Kreisring2}}$:

$$A_{\text{Kreisring2}} = \pi \cdot (r_2^2 - r_1^2)$$

$$A_{\text{Kreisring2}} = \pi \cdot (3^2 - 1^2)$$

$$A_{\text{Kreisring2}} = \pi \cdot (9 - 1)$$

$$\underline{A_{\text{Kreisring2}} = 8\pi \text{ cm}^2}$$



6. Berechnung der Rotationskörperoberfläche O_R :

$$O_R = M_{\text{KeSt1}} + M_{\text{KeSt2}} + A_{\text{Kreisring1}} + A_{\text{Kreisring2}}$$

$$O_R = 45\pi + 25\pi + 20\pi + 8\pi$$

$$\underline{\underline{O_R = 98\pi \text{ cm}^2}}$$

