

Aufgabe 1981 1a:

4 P

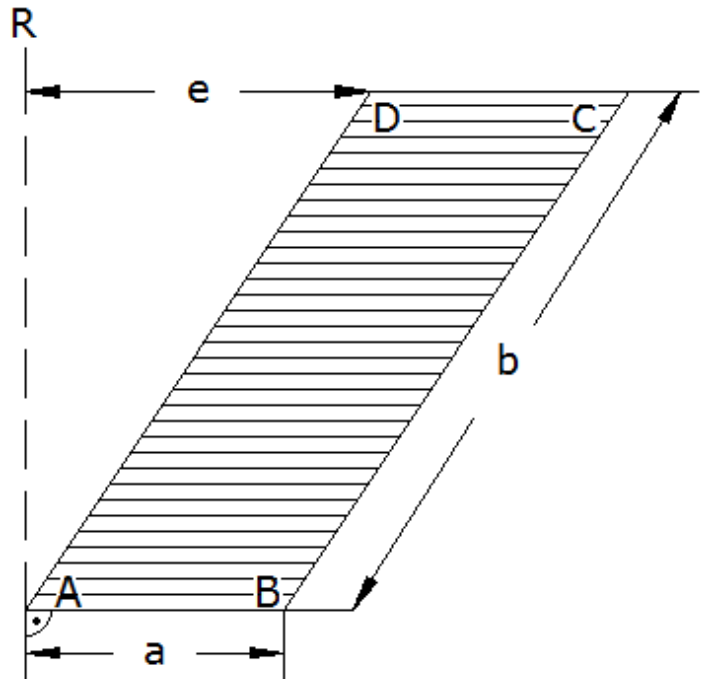
Das nebenstehende Parallelogramm ABCD rotiert um die Achse R.
Berechnen Sie das Volumen V_R des Rotationskörpers als Vielfaches von π .

Maße:

$$a = 2 \text{ cm}$$

$$b = 5 \text{ cm}$$

$$e = 3 \text{ cm}$$



Strategie 1981 1a:

Gegeben:

Rotationskörper

$$a = 2 \text{ cm}$$

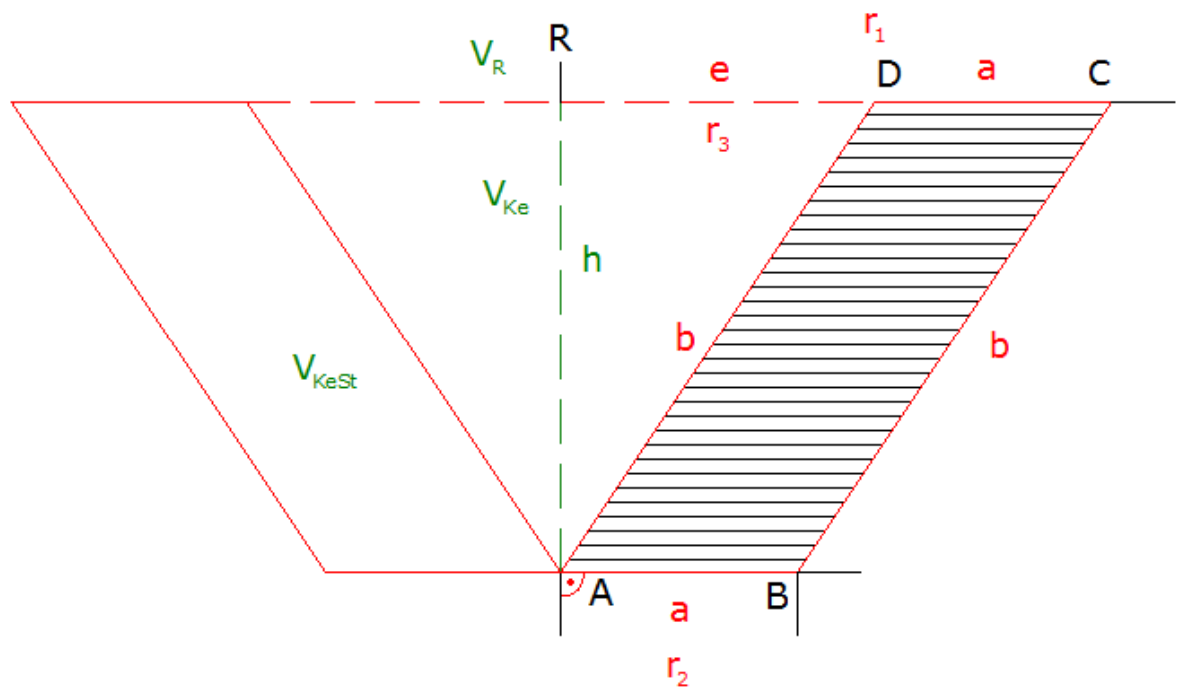
$$b = 5 \text{ cm}$$

$$e = 3 \text{ cm}$$

Gesucht:

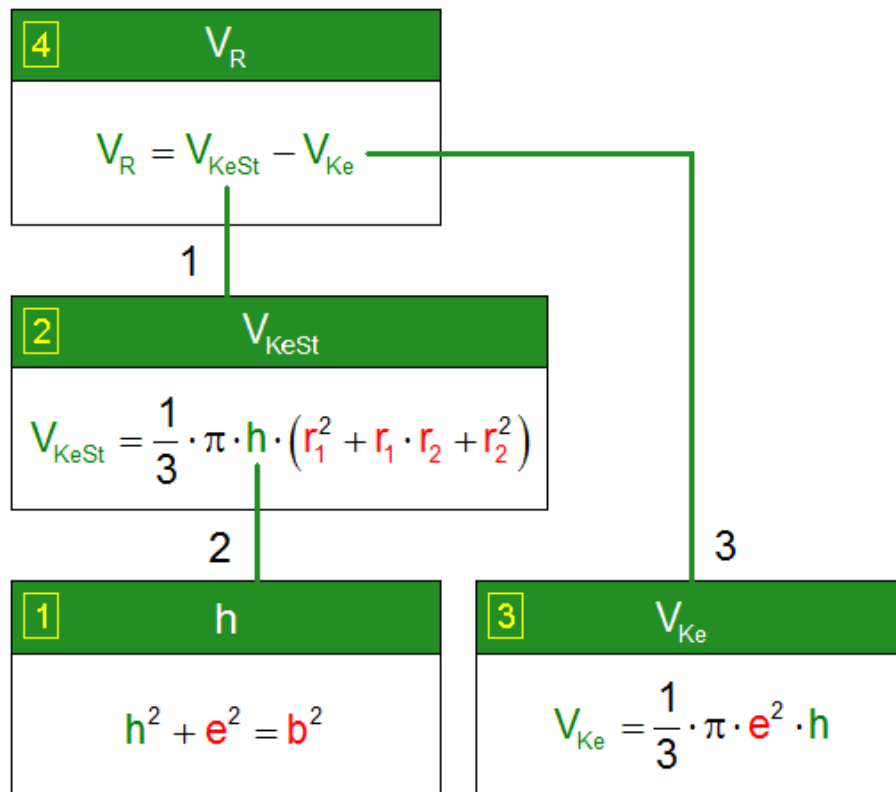
V_R

Skizze:



Strategie 1981 1a:

Struktogramm:



Lösung 1981 1a:

1. Berechnung der Körperhöhe h:

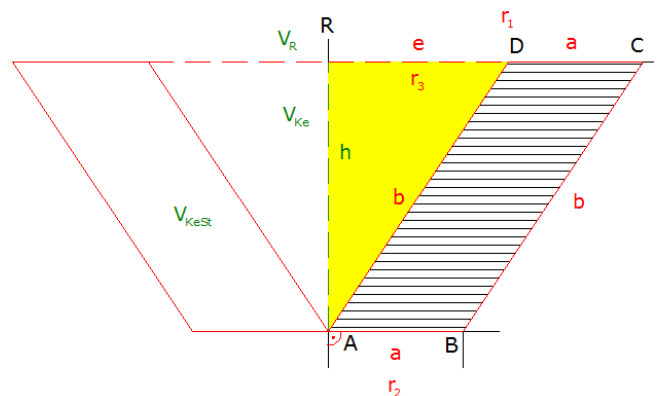
$$h^2 + e^2 = b^2 \quad \text{Pythagoras im rechtwinkligen gelben Teildreieck}$$

$$h^2 + 3^2 = 5^2 \quad \text{Teildreieck}$$

$$h^2 + 9 = 25 \quad | -9$$

$$h^2 = 16 \quad | \sqrt{}$$

$$h = 4 \text{ cm}$$



2. Berechnung des Kegelstumpfvolumens V_{KeSt} :

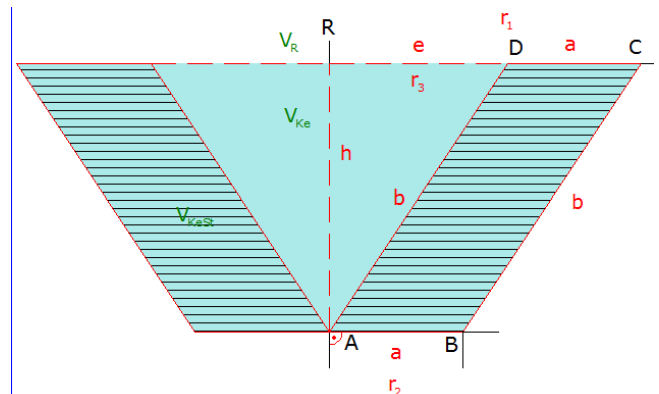
$$V_{\text{KeSt}} = \frac{1}{3} \cdot \pi \cdot h \cdot (r_1^2 + r_1 \cdot r_2 + r_2^2)$$

$$V_{\text{KeSt}} = \frac{1}{3} \cdot \pi \cdot h \cdot ((e+a)^2 + (e+a) \cdot a + a^2)$$

$$V_{\text{KeSt}} = \frac{1}{3} \cdot \pi \cdot 4 \cdot ((3+2)^2 + (3+2) \cdot 2 + 2^2)$$

$$V_{\text{KeSt}} = \frac{1}{3} \cdot \pi \cdot 4 \cdot (5^2 + 5 \cdot 2 + 2^2)$$

$$V_{\text{KeSt}} = \frac{1}{3} \cdot \pi \cdot 4 \cdot (25 + 10 + 4)$$



Lösung 1981 1a:

$$V_{\text{KeSt}} = \frac{1}{3} \cdot \pi \cdot 4 \cdot 39$$

$$V_{\text{KeSt}} = \pi \cdot 4 \cdot 13$$

$$\underline{V_{\text{KeSt}} = 52\pi \text{ cm}^3}$$

3. Berechnung des Kegelvolumens V_{Ke} :

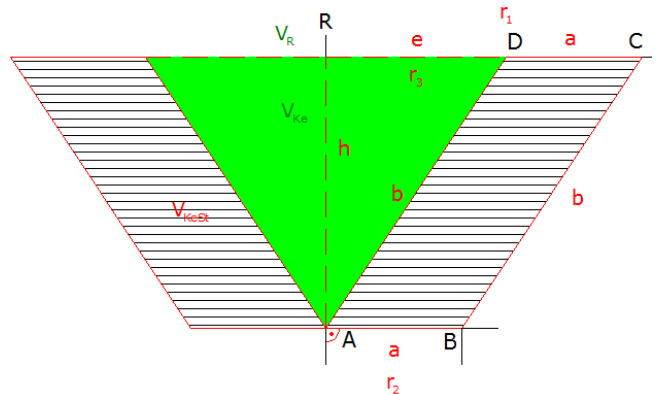
$$V_{\text{Ke}} = \frac{1}{3} \cdot \pi \cdot e^2 \cdot h$$

$$V_{\text{Ke}} = \frac{1}{3} \cdot \pi \cdot 3^2 \cdot 4$$

$$V_{\text{Ke}} = \frac{1}{3} \cdot \pi \cdot 9 \cdot 4$$

$$V_{\text{Ke}} = \pi \cdot 3 \cdot 4$$

$$\underline{V_{\text{Ke}} = 12\pi \text{ cm}^3}$$



4. Berechnung des Rotationskörpervolumens V_{R} :

$$V_{\text{R}} = V_{\text{KeSt}} - V_{\text{Ke}}$$

$$V_{\text{R}} = 52\pi - 12\pi$$

$$\underline{\underline{V_{\text{R}} = 40\pi \text{ cm}^3}}$$

