Aufgabe 1980 7b: **4 P**

Subtrahiert man in einer anderen aritmetischen Reihe das dritte Glied vom siebten Glied, so erhält man 10. Dividiert man die Summe aus dem vierten und sechsten Glied durch das erste Glied, so ergibt sich 12.
Berechnen Sie d und a_1.

Die Summe aller Glieder beträgt 108.

Berechnen Sie n.

Lösung 1980 7b:

1. Berechnung von d:

$$a_7 - a_3 = 10$$

$$(a_1 + 6d) - (a_1 + 2d) = 10$$

$$a_1 + 6d - a_1 - 2d = 10$$

$$4d = 10 \qquad \Big| :4$$

$$\underline{\underline{d = 2,5}}$$

2. Berechnung von a_1:

$$\frac{a_4 + a_6}{a_1} = 12$$

$$\frac{(a_1 + 3d) + (a_1 + 5d)}{a_1} = 12 \quad \Big| \cdot a_1$$

$$a_1 + 3d + a_1 + 5d = 12a_1$$

$$2a_1 + 8d = 12a_1 \qquad d = 2,5$$

$$2a_1 + 20 = 12a_1 \qquad \text{Seiten tauschen}$$

$$12a_1 = 2a_1 + 20 \qquad \Big| -2a_1$$

$$10a_1 = 20 \qquad \Big| :10$$

$$\underline{\underline{a_1 = 2}}$$

3. Berechnung von n:

$$s_n = \frac{n}{2}(a_1 + a_n)$$

$$s_n = \frac{n}{2}(a_1 + a_1 + (n-1)\cdot d)$$

$$s_n = \frac{n}{2}(2a_1 + (n-1)\cdot d) \qquad a_1 = 2 \wedge d = 2,5$$

$$s_n = \frac{n}{2}(2\cdot 2 + (n-1)\cdot 2,5)$$

Lösung 1980 7b:

$s_n = \frac{n}{2}(2 \cdot 2 + (n-1) \cdot 2,5)$

$s_n = \frac{n}{2}(4 + 2,5n - 2,5)$ $\quad s_n = 108$

$108 = \frac{n}{2}(4 + 2,5n - 2,5)$ $\quad$ Zusammenfassen

$108 = \frac{n}{2}(2,5n + 1,5)$ $\quad | \cdot 2$

$216 = n(2,5n + 1,5)$ $\quad$ Seiten tauschen

$n(2,5n + 1,5) = 216$ $\quad$ Summe ausmultiplizieren

$2,5n^2 + 1,5n = 216$ $\quad | -216$

$2,5n^2 + 1,5n - 216 = 0$ $\quad | : 2,5$

$n^2 + 0,6n - 86,4 = 0$ $\quad$ Normalform einer quadratischen Gleichung

$n^2 + 0,6n - 86,4 = 0$

$x^2 + px + q = 0$ $\quad$ p und q bestimmen

$p = 0,6$

$q = -86,4$

$x_{1,2} = -\frac{p}{2} \pm \sqrt{\frac{p^2}{4} - q}$ $\quad$ Lösungsformel

$x_{1,2} = -\frac{0,6}{2} \pm \sqrt{\frac{0,6^2}{4} - (-86,4)}$

$x_{1,2} = -0,3 \pm \sqrt{\frac{0,36}{4} + 86,4}$

$x_{1,2} = -0,3 \pm \sqrt{0,09 + 86,4}$

$x_{1,2} = -0,3 \pm \sqrt{86,49}$

$x_{1,2} = -0,3 \pm 9,3$

$x_1 = -0,3 + 9,3$

$\underline{x_1 = 9}$

$x_2 = -0,3 - 9,3$

$\cancel{x_2 = -9,6}$ $\quad$ keine Lösung, da negativ

$\underline{\underline{n = 9}}$