Aufgabe 1980 4c: **3 P**

Gegeben ist ein gleichschenkliges Dreieck ABC mit der Basis $\overline{AB} = c$ und dem Winkel $\measuredangle CAB = \alpha$. Zeigen Sie, dass der Umfang des Dreiecks in Abhängigkeit von diesen Größen $u = c\left(1 + \frac{1}{\cos\alpha}\right)$ beträgt.

Für welchen Wert von α beträgt der Umfang $u = 2,5c$?

Strategie 1980 4c:

<u>Gegeben:</u>

Gleichschenkliges Dreieck

$\overline{AB} = c$

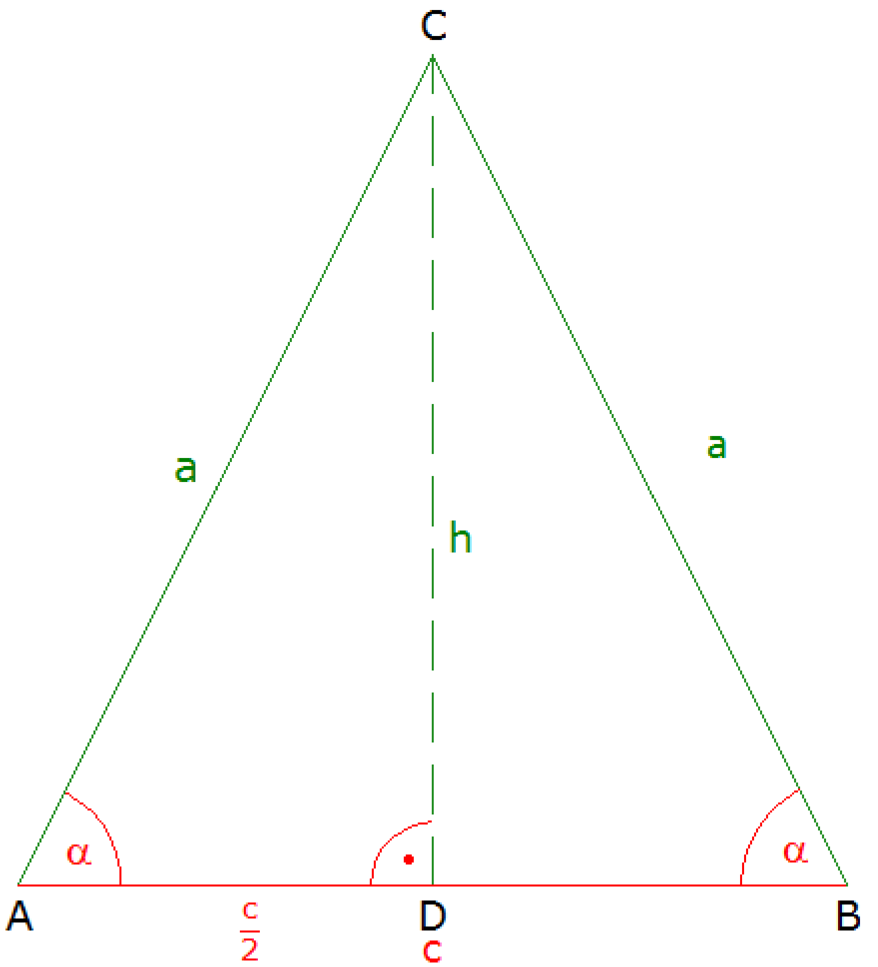
$\measuredangle CAB = \alpha$

<u>Gesucht:</u>

$u = c\left(1 + \frac{1}{\cos\alpha}\right)$

α für $u = 2,5c$

<u>Skizze:</u>



Lösung 1980 4c:

1. Berechnung der Dreiecksseite a:

$$\cos\alpha = \frac{\text{Ankathete}}{\text{Hypotenuse}} = \frac{\frac{c}{2}}{a}$$ Kosinusfunktion im rechtwinkligen gelben Teildreieck ADC

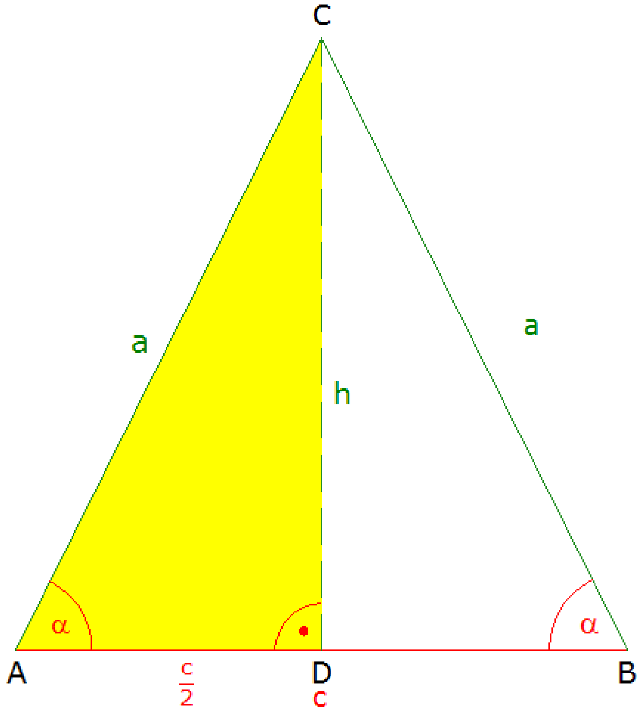
$$\cos\alpha = \frac{\frac{c}{2}}{a} \qquad |\cdot a$$

$$a\cdot\cos\alpha = \frac{c}{2} \qquad |:\cos\alpha$$

$$a = \frac{c}{2} : \cos\alpha$$

$$a = \frac{c}{2}\cdot\frac{1}{\cos\alpha}$$

$$\underline{a = \frac{c}{2\cdot\cos\alpha}}$$



2. Berechnung des Dreiecksumfangs u:

$$u = c + 2\cdot a$$

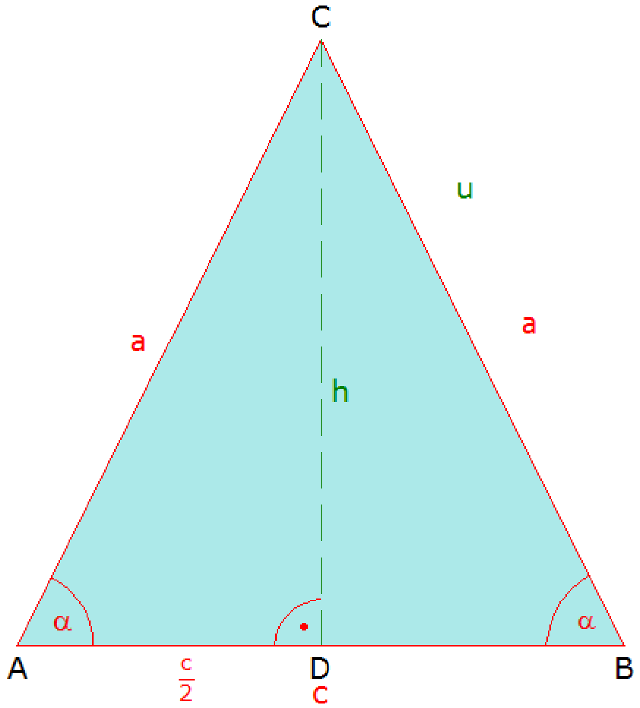
$$u = c + 2\cdot\frac{c}{2\cdot\cos\alpha}$$

$$u = c + \frac{c}{\cos\alpha}$$

$$u = c + c\cdot\frac{1}{\cos\alpha}$$

$$u = c\cdot 1 + c\cdot\frac{1}{\cos\alpha}$$ Gemeinsamen Faktor ausklammern

$$\underline{\underline{u = c\left(1 + \frac{1}{\cos\alpha}\right)}}$$



3. Berechnung von α für $u = 2{,}5c$:

$$2{,}5c = c\left(1 + \frac{1}{\cos\alpha}\right) \qquad |:c$$

$$2{,}5 = 1 + \frac{1}{\cos\alpha} \qquad |-1$$

$$1{,}5 = \frac{1}{\cos\alpha} \qquad |\cdot\cos\alpha$$

$$\cos\alpha\cdot 1{,}5 = 1 \qquad |:1{,}5$$

$$\cos\alpha = 0{,}6667$$

$$\underline{\underline{\alpha = 48{,}19^\circ}}$$