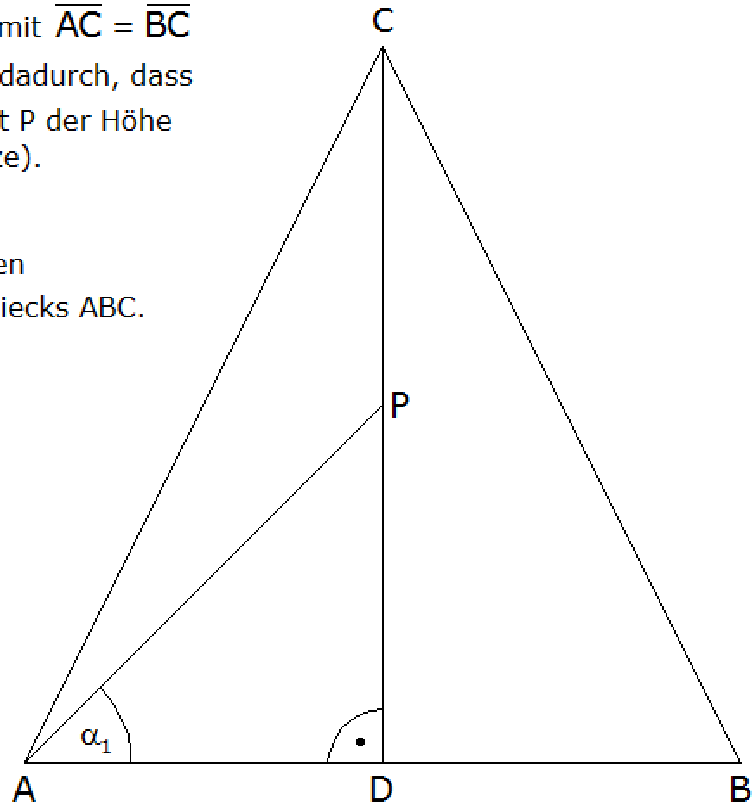
Aufgabe 1980 4a: **4 P**

In einem gleichschenkligen Dreieck ABC mit $\overline{AC} = \overline{BC}$ erhält man die Strecke $\overline{AP} = d = 4\,\text{cm}$ dadurch, dass man den Eckpunkt A mit dem Mittelpunkt P der Höhe h_c verbindet (siehe nebenstehende Skizze).

Der Winkel $\measuredangle PAB = \alpha_1$ beträgt $36{,}9^\circ$.

Berechnen Sie die Länge der Höhe h_c, den Flächeninhalt A sowie die Winkel des Dreiecks ABC.



Strategie 1980 4a:

Gegeben:

Gleichschenkliges Dreieck

$\overline{AC} = \overline{BC}$

$\overline{AP} = d = 4\,\text{cm}$

$\overline{PD} = \overline{PC}$

$\measuredangle PAB = \alpha_1 = 36{,}9^\circ$

Gesucht:

h_c

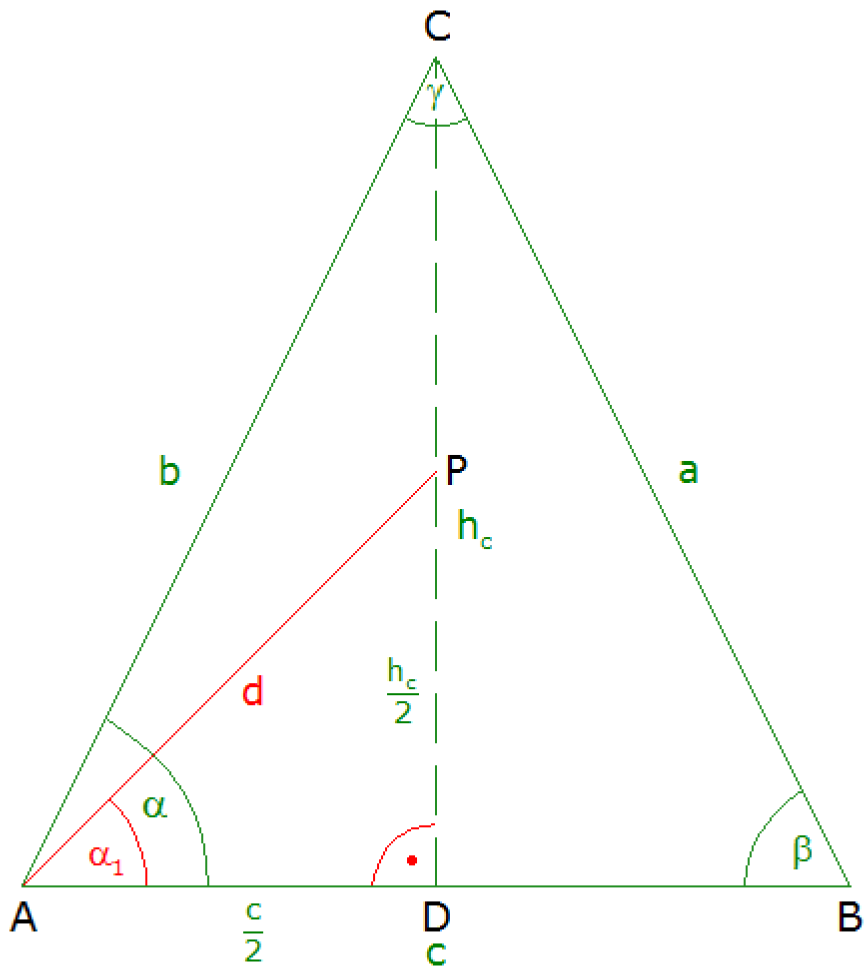
A

α

β

γ

Skizze:



Lösung 1980 4a:

1. Berechnung der Dreieckshöhe h_c:

$$\sin\alpha_1 = \frac{\text{Gegenkathete}}{\text{Hypotenuse}} = \frac{\frac{h_c}{2}}{d}$$ Sinusfunktion im rechtwinkligen gelben Teildreieck ADP

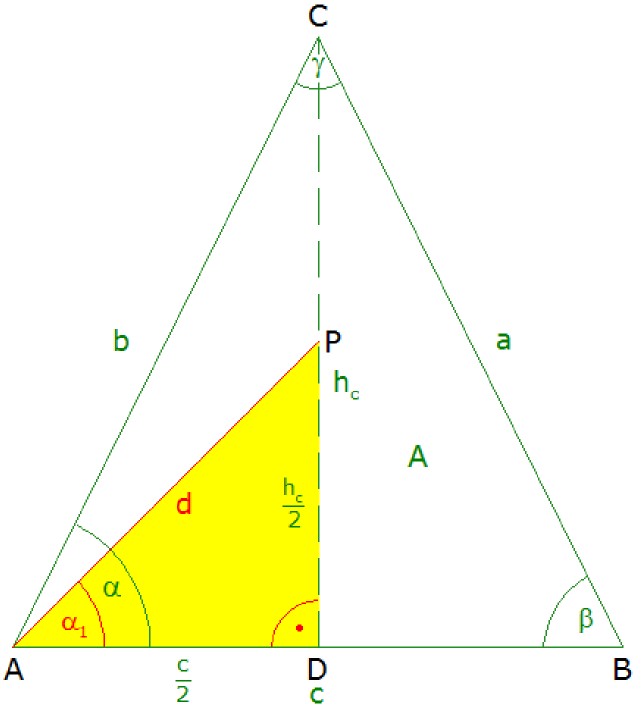
$$\sin 36{,}9^\circ = \frac{\frac{h_c}{2}}{4}$$

$$0{,}6004 = \frac{\frac{h_c}{2}}{4} \quad \Big|\cdot 4$$

$$2{,}4017 = \frac{h_c}{2}$$ Seiten tauschen

$$\frac{h_c}{2} = 2{,}4017 \quad \Big|\cdot 2$$

$$\underline{\underline{h_c = 4{,}803\,\text{cm}}}$$



2. Berechnung der Dreiecksseite $\overline{AB} = c$:

$$\cos\alpha_1 = \frac{\text{Ankathete}}{\text{Hypotenuse}} = \frac{\frac{c}{2}}{d}$$ Kosinusfunktion im rechtwinkligen gelben Teildreieck ADP

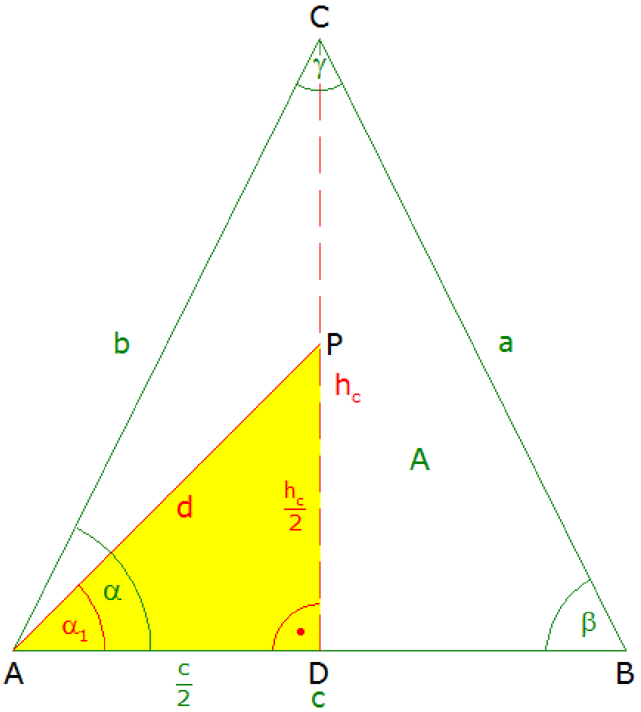
$$\cos 36{,}9^\circ = \frac{\frac{c}{2}}{4}$$

$$0{,}7997 = \frac{\frac{c}{2}}{4} \quad \Big|\cdot 4$$

$$3{,}1987 = \frac{c}{2}$$ Seiten tauschen

$$\frac{c}{2} = 3{,}1987 \quad \Big|\cdot 2$$

$$\underline{c = 6{,}397\,\text{cm}}$$



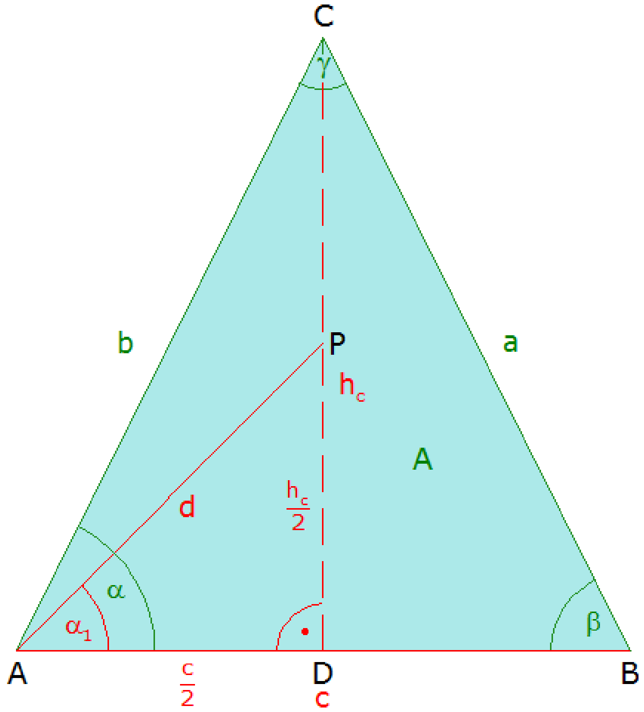
Lösung 1980 4a:

3. Berechnung der Dreiecksfläche A:

$$A = \frac{1}{2} \cdot c \cdot h_c$$

$$A = \frac{1}{2} \cdot 6,397 \cdot 4,803$$

$$\underline{\underline{A = 15,36\,cm^2}}$$



4. Berechnung des Winkels α:

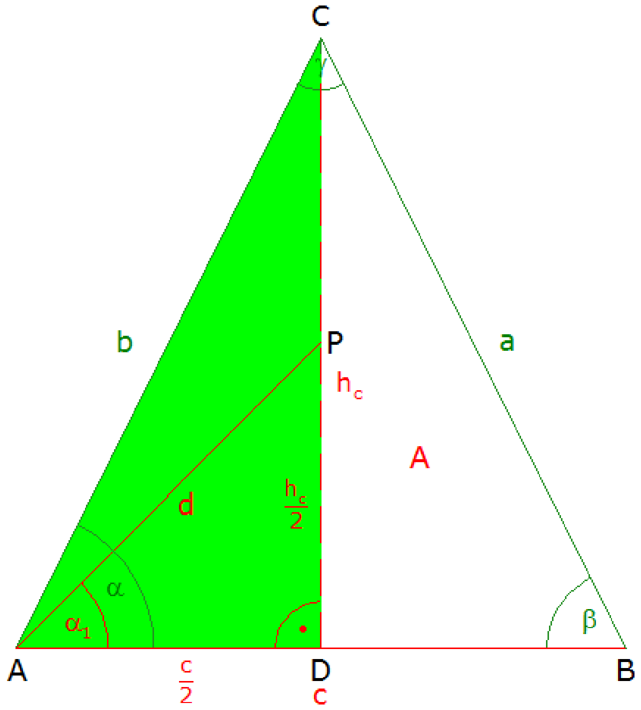
$$\tan\alpha = \frac{\text{Gegenkathete}}{\text{Ankathete}} = \frac{h_c}{\frac{c}{2}}$$

Tangensfunktion im rechtwinkligen grünen Teildreieck ADC

$$\tan\alpha = \frac{4,803}{3,1987}$$

$$\tan\alpha = 1,5015$$

$$\underline{\underline{\alpha = 56,3^\circ}}$$

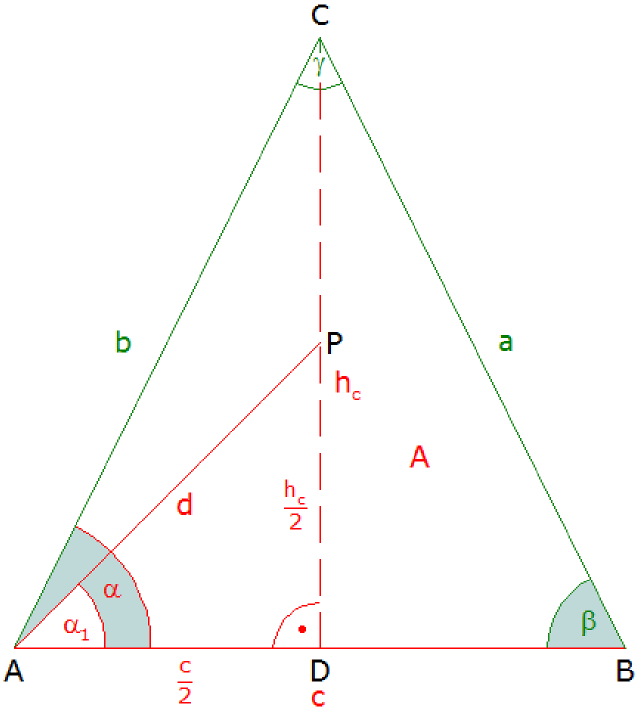


Lösung 1980 4a:

5. Berechnung des Winkels β:

$\beta = \alpha$ Basiswinkel sind gleich groß

$\underline{\underline{\beta = 56{,}3^\circ}}$



6. Berechnung des Winkels γ:

$\alpha + \beta + \gamma = 180^\circ$ Winkelsumme

$56{,}3^\circ + 56{,}3^\circ + \gamma = 180^\circ$

$112{,}6^\circ + \gamma = 180^\circ \quad -112{,}6^\circ$

$\underline{\underline{\gamma = 67{,}4^\circ}}$