Aufgabe 1980 3b: **4 P**

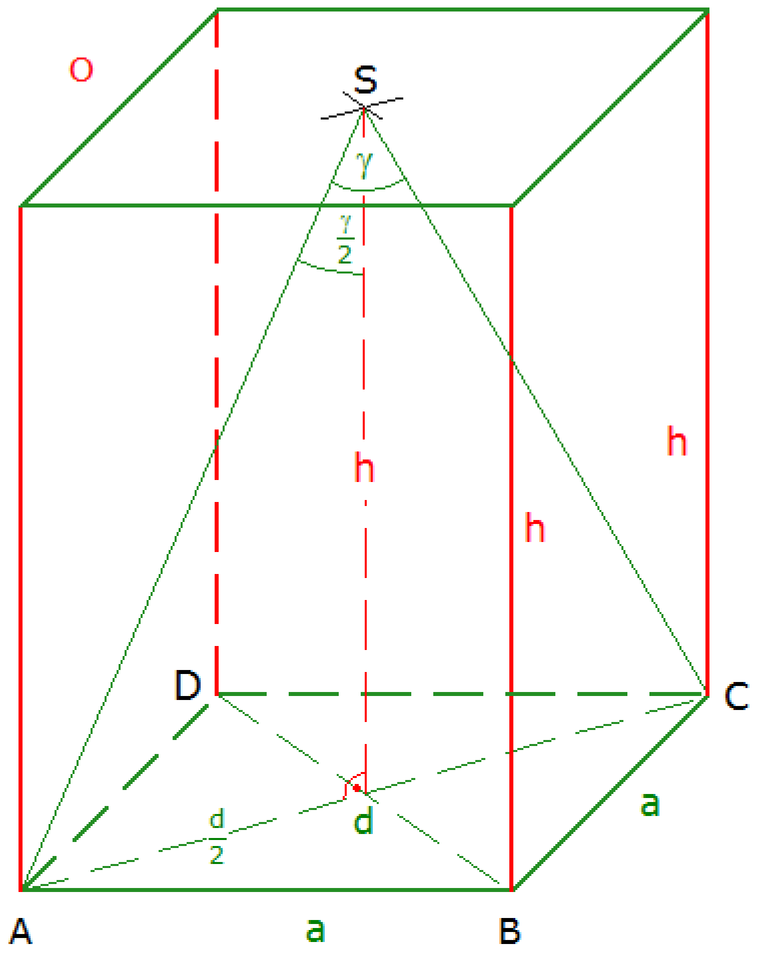
Ein Prisma mit der quadratischen Grundfläche ABCD ist durch seine Höhe $h = 8\,cm$ und seine Oberfläche $O = 264\,cm^2$ gegeben. Berechnen Sie die Grundkante a.
S sei der Diagonalschnittpunkt der Deckfläche des Prismas.
Berechnen Sie den Winkel $\measuredangle ASC = \gamma$.

Strategie 1980 3b:

Gegeben:
Quadratisches Prisma
$h = 8\,cm$
$O = 264\,cm^2$

Gesucht:
a
γ

Skizze:



Lösung 1980 3b:

1. Berechnung der Grundkante a:

$O = 2 \cdot a^2 + 4 \cdot a \cdot h$ Formel Prismaoberfläche

$264 = 2 \cdot a^2 + 4 \cdot a \cdot 8$

$264 = 2 \cdot a^2 + 32 \cdot a$ Seiten tauschen

$2 \cdot a^2 + 32 \cdot a = 264 \quad |:2$

$a^2 + 16a = 132 \quad |-132$

$a^2 + 16a - 132 = 0$ Quadratische Gleichung in der Normalform

$a^2 + 16a - 132 = 0$

$x^2 + px + q = 0$ p und q bestimmen

$p = 16$

$q = -132$

$x_{1,2} = -\frac{p}{2} \pm \sqrt{\frac{p^2}{4} - q}$ Lösungsformel

$x_{1,2} = -\frac{16}{2} \pm \sqrt{\frac{16^2}{4} - (-132)}$

$x_{1,2} = -8 \pm \sqrt{\frac{256}{4} + 132}$

$x_{1,2} = -8 \pm \sqrt{64 + 132}$

$x_{1,2} = -8 \pm \sqrt{196}$

$x_{1,2} = -8 \pm 14$

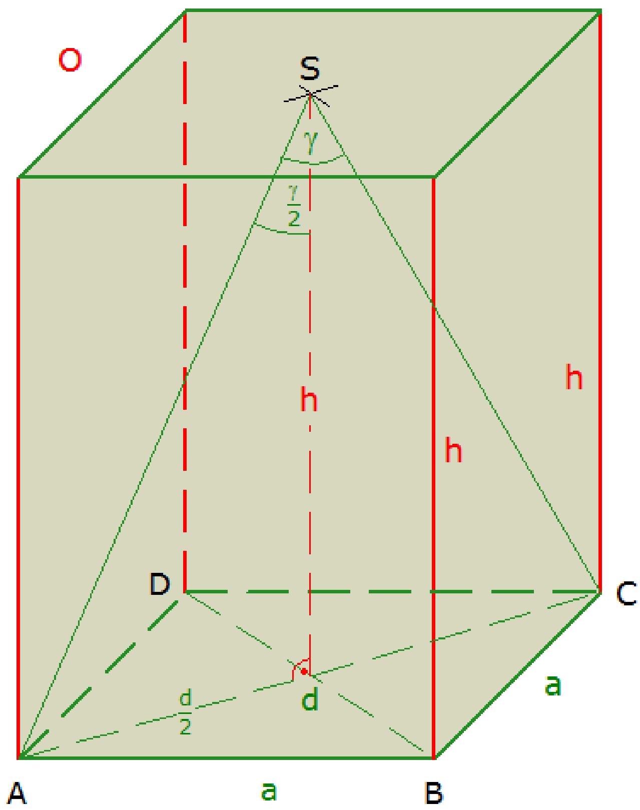
$x_1 = -8 + 14$

$\underline{x_1 = 6}$

$x_2 = -8 - 14$

$\cancel{x_2 = -22}$ keine Lösung, da negativ

$\underline{\underline{a = 6\,\text{cm}}}$



Lösung 1980 3b:

2. Berechnung der Grundflächendiagonalen d:

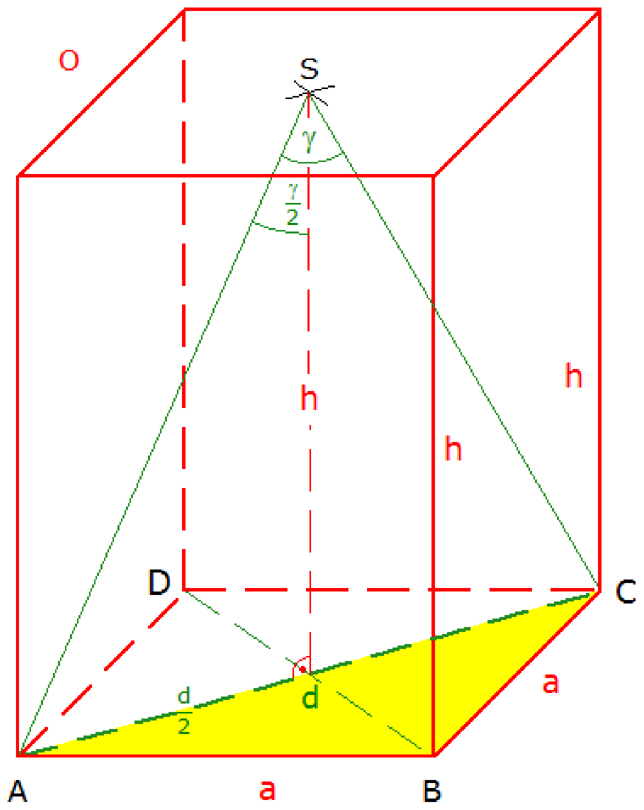
$d^2 = a^2 + a^2$ Pythagoras im rechtwinkligen gelben Teildreieck ABC

$d^2 = 6^2 + 6^2$

$d^2 = 36 + 36$ Seiten tauschen

$d^2 = 72 \quad | \sqrt{\ }$

$\underline{\underline{d = 8,49\,cm}}$



3. Berechnung des Winkels γ:

$\tan\frac{\gamma}{2} = \frac{\text{Gegenkathete}}{\text{Ankathete}} = \frac{\frac{d}{2}}{h}$ Tangensfunktion im hellblauen Teildreieck

$\tan\frac{\gamma}{2} = \frac{\frac{8,49}{2}}{8}$

$\tan\frac{\gamma}{2} = \frac{4,245}{8}$

$\tan\frac{\gamma}{2} = 0,5306$

$\frac{\gamma}{2} = 27,95^\circ \quad | \cdot 2$

$\underline{\underline{\gamma = 55,9^\circ}}$