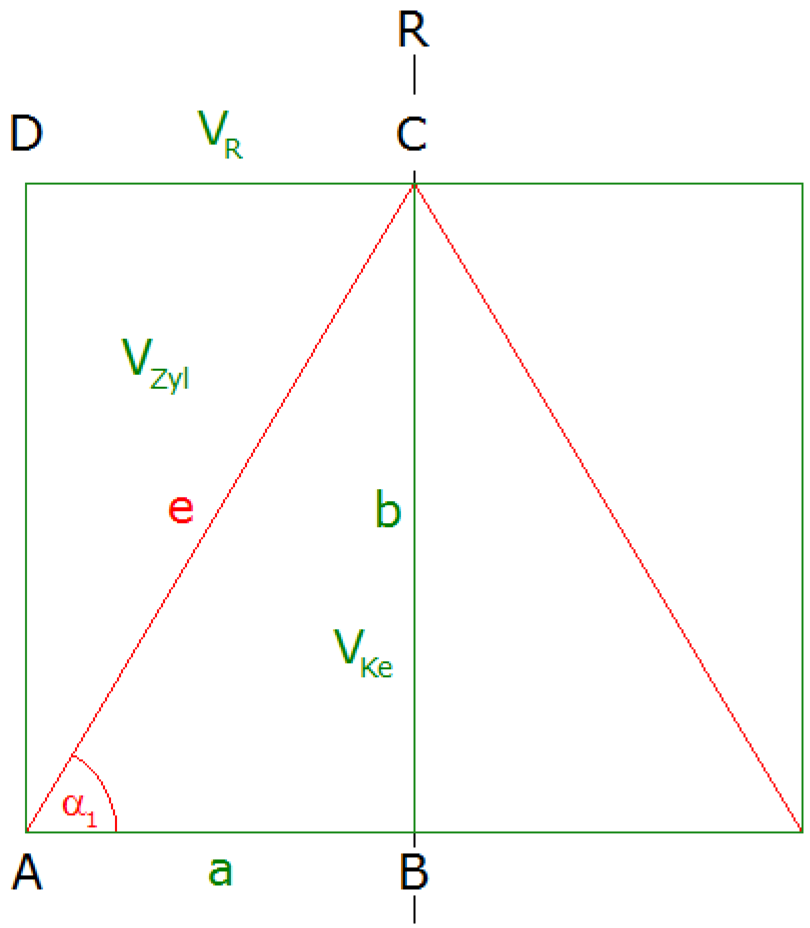
Aufgabe 1980 3a: **4 P**

Ein Rechteck ABCD ist durch die Diagonale $\overline{AC} = e = 6\,\text{cm}$ und den Winkel $\measuredangle CAB = \alpha_1 = 60^\circ$ gegeben. Berechnen Sie die Seiten dieses Rechteckes.
Das Teildreieck ACD rotiert um die Rechteckseite BC.
Berechnen Sie das Volumen dieses Rotationskörpers als Vielfaches von π.

Strategie 1980 3a:

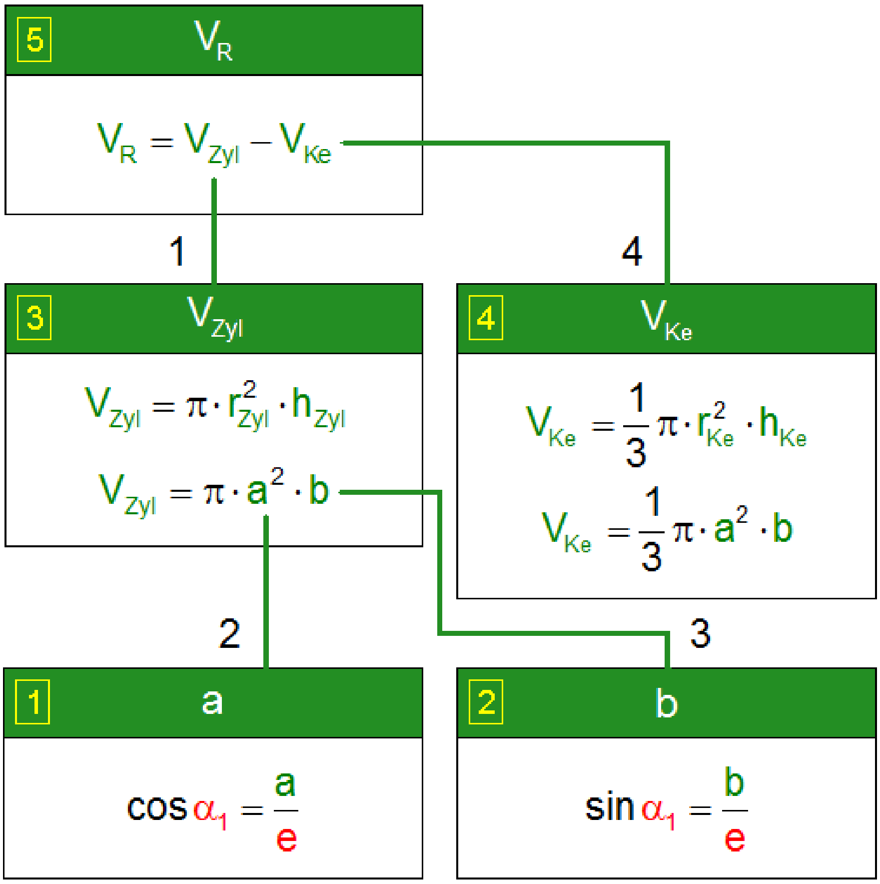
Gegeben:	**Gesucht:**
Rechteck	a
$\overline{AC} = e = 6\,\text{cm}$	b
$\measuredangle CAB = \alpha_1 = 60^\circ$	V_R

Skizze:



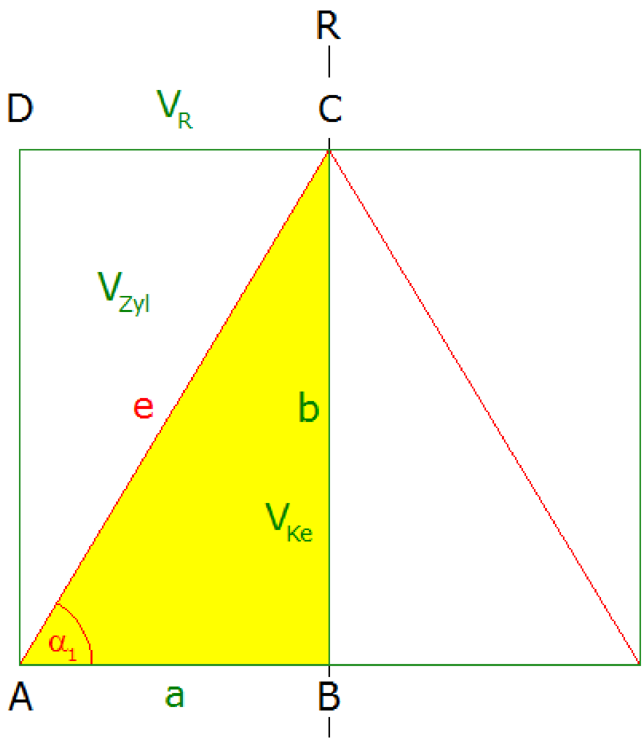
Strategie 1980 3a:

Struktogramm:



Lösung 1980 3a:

1. Berechnung der Rechteckseite $\overline{AB} = a$:



$\cos\alpha_1 = \frac{\text{Ankathete}}{\text{Hypotenuse}} = \frac{a}{e}$ Kosinusfunktion im rechtwinkligen gelben Teildreieck

$\cos 60° = \frac{a}{6}$

$0,5 = \frac{a}{6}$ Seiten tauschen

$\frac{a}{6} = 0,5 \qquad | \cdot 6$

$\underline{\underline{a = 3\,\text{cm}}}$

Lösung 1980 3a:

2. Berechnung der Rechteckseite $\overline{BC} = b$:

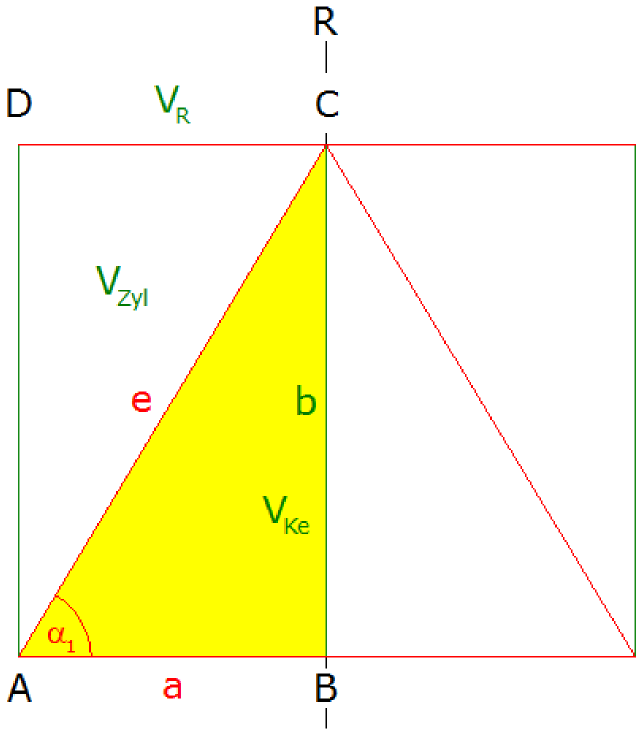
$$\sin\alpha_1 = \frac{\text{Gegenkathete}}{\text{Hypotenuse}} = \frac{b}{e}$$ Sinusfunktion im rechtwinkligen gelben Teildreieck

$$\sin 60^\circ = \frac{b}{6}$$

$$0,8660 = \frac{b}{6}$$ Seiten tauschen

$$\frac{b}{6} = 0,8660 \quad | \cdot 6$$

$$\underline{\underline{b = 5,196\,\text{cm}}}$$



3. Berechnung des Zylindervolumens V_{Zyl}:

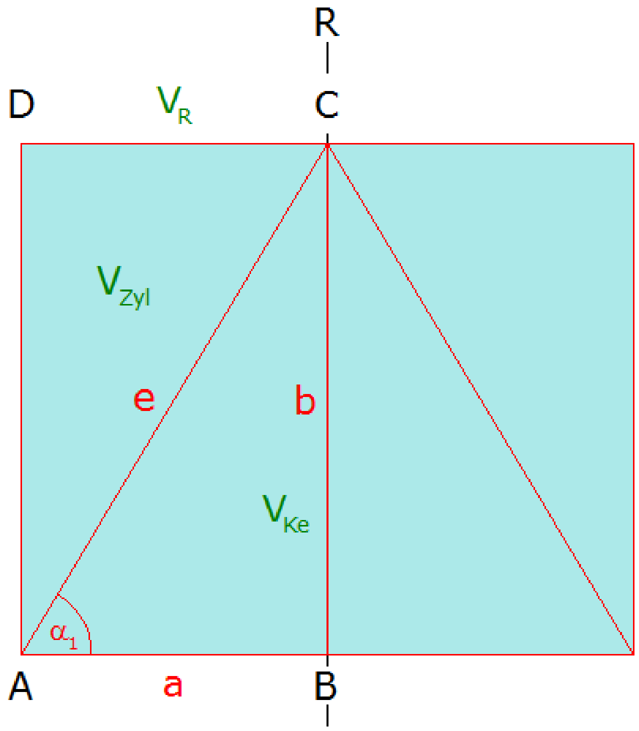
$$V_{Zyl} = \pi \cdot r^2 \cdot h$$

$$V_{Zyl} = \pi \cdot a^2 \cdot b$$

$$V_{Zyl} = \pi \cdot 3^2 \cdot 5,196$$

$$V_{Zyl} = \pi \cdot 9 \cdot 5,196$$

$$\underline{V_{Zyl} = 46,764\pi\ \text{VE}}$$



Lösung 1980 3a:

4. Berechnung des Kegelvolumens V_{Ke}:

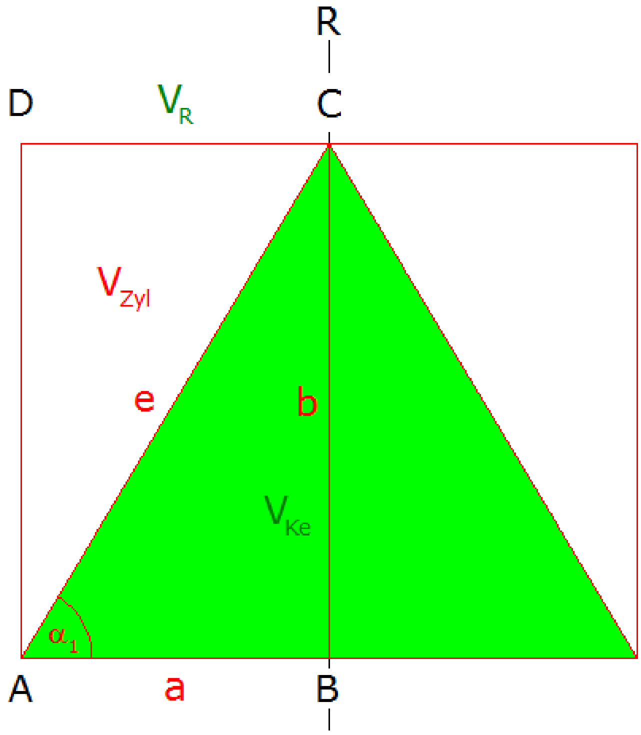
$$V_{Ke} = \frac{1}{3} \cdot \pi \cdot r^2 \cdot h$$

$$V_{Ke} = \frac{1}{3} \cdot \pi \cdot a^2 \cdot b$$

$$V_{Ke} = \frac{1}{3} \cdot \pi \cdot 3^2 \cdot 5{,}196$$

$$V_{Ke} = \frac{1}{3} \cdot \pi \cdot 9 \cdot 5{,}196$$

$$\underline{V_{Ke} = 15{,}588\pi \, VE}$$



5. Berechnung des Rotationskörpervolumens V_R:

$$V_R = V_{Zyl} - V_{Ke}$$

$$V_R = 46{,}764\pi - 15{,}588\pi$$

$$\underline{\underline{V_R = 31{,}176\pi \, cm^3}}$$