Aufgabe 1980 2c: **3 P**

Von einem gleichschenkligen Trapez ABCD sind die Seite $\overline{AB} = a$, die dazu parallele Seite $\overline{CD} = \frac{a}{4}$ und die Höhe $h = \frac{a}{2}$ gegeben.
Das Trapez rotiert um die Symmetrieachse.
Berechnen Sie das Volumen des Rotationskörpers als Vielfaches von π.
Für welchen Wert von a ist das Volumen des Rotationskörpers 28π Volumeneinheiten groß?

Strategie 1980 2c:

<u>Gegeben:</u>

Rotationskörper

$\overline{AB} = a$

$\overline{CD} = \frac{a}{4}$

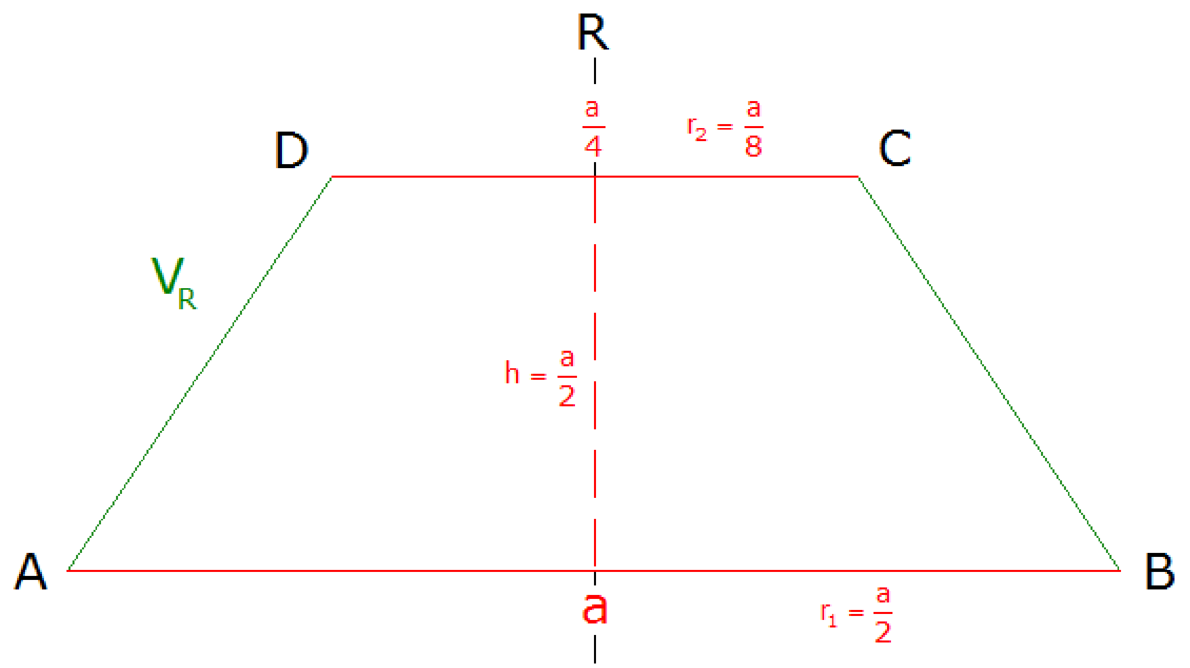
$h = \frac{a}{2}$

<u>Gesucht:</u>

V_R

a

<u>Skizze:</u>



Lösung 1980 2c:

1. Berechnung des Rotationskörpervolumens :

$$V_R = \frac{1}{3} \cdot \pi \cdot h \cdot \left(r_1^2 + r_1 \cdot r_2 + r_2^2\right)$$ Formel Kegelstumpfvolumen

$$V_R = \frac{1}{3} \cdot \pi \cdot \frac{a}{2} \cdot \left(\left(\frac{a}{2}\right)^2 + \frac{a}{2} \cdot \frac{a}{8} + \left(\frac{a}{8}\right)^2\right)$$

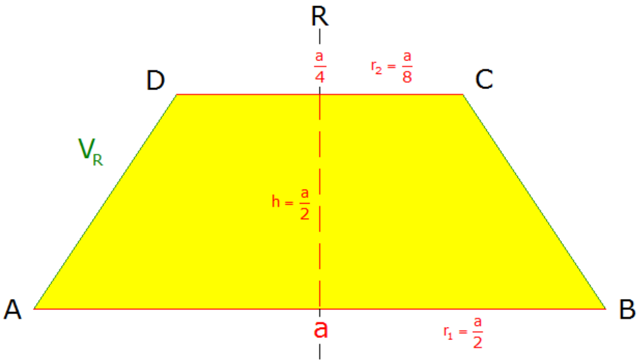
$$V_R = \frac{1}{3} \cdot \pi \cdot \frac{a}{2} \cdot \left(\frac{a^2}{4} + \frac{a^2}{16} + \frac{a^2}{64}\right)$$ Brüche erweitern

$$V_R = \frac{1}{3} \cdot \pi \cdot \frac{a}{2} \cdot \left(\frac{16a^2}{64} + \frac{4a^2}{64} + \frac{a^2}{64}\right)$$ Brüche addieren

$$V_R = \frac{1}{3} \cdot \pi \cdot \frac{a}{2} \cdot \frac{21a^2}{64}$$

$$V_R = \frac{21}{384} a^3 \pi$$ Bruch kürzen

$$\underline{\underline{V_R = \frac{7}{128} a^3 \pi \text{ VE}}}$$



2. Berechnung von a für $V_R = 28\pi$ VE:

$$28 \cdot \pi = \frac{7}{128} \cdot a^3 \cdot \pi \quad \Big| : \pi$$

$$28 = \frac{7}{128} \cdot a^3$$ Seiten tauschen

$$\frac{7}{128} \cdot a^3 = 28 \quad \Big| \cdot 128$$

$$7 \cdot a^3 = 3584 \quad \Big| : 7$$

$$a^3 = 512 \quad \Big| \sqrt[3]{}$$

$$\underline{\underline{a = 8 \text{ LE}}}$$