

Aufgabe 1980 2b:

4 P

Von einem gleichschenkligen Trapez ABCD sind die Seite $\overline{AB} = a = 14\text{ cm}$, die dazu parallele Seite $\overline{CD} = c = 6\text{ cm}$ sowie die Höhe $h = 3\text{ cm}$ gegeben. Das Trapez rotiert erstens um seine Symmetrieachse, zweitens um die Seite c. Berechnen Sie die Oberflächen beider Rotationskörper als Vielfaches von π .

Strategie 1980 2b:

Gegeben:

Rotationskörper

$\overline{AB} = a = 14\text{ cm}$

$\overline{CD} = c = 6\text{ cm}$

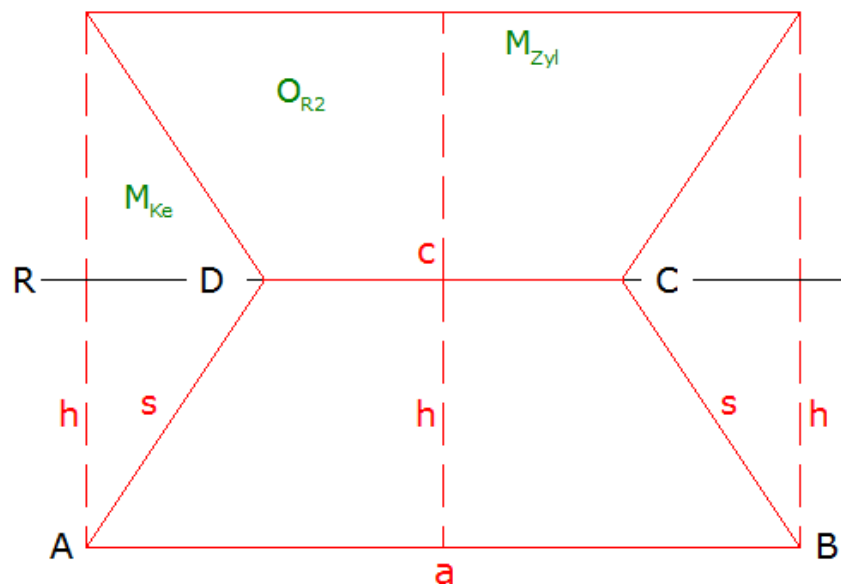
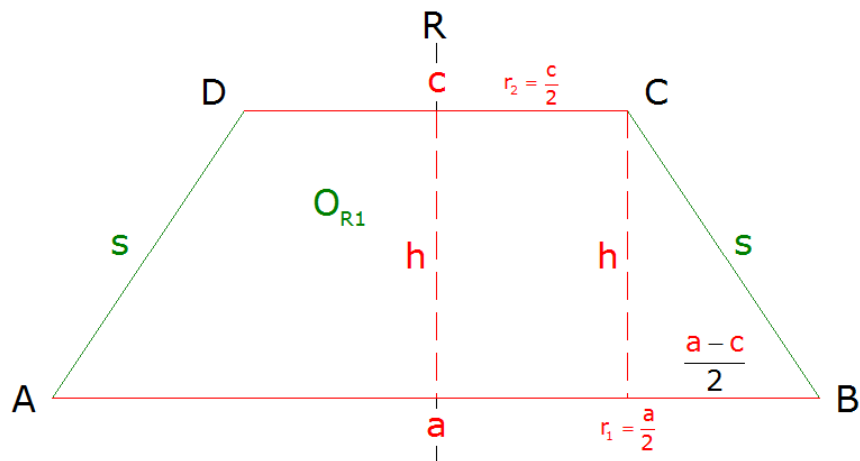
$h = 3\text{ cm}$

Gesucht:

O_{R1}

O_{R2}

Skizze:



Lösung 1980 2b:

1. Berechnung der Mantellinie s:

$$s^2 = h^2 + \left(\frac{a-c}{2}\right)^2 \quad \text{Pythagoras im rechtwinkligen gelben Teildreieck}$$

$$s^2 = 3^2 + \left(\frac{14-6}{2}\right)^2$$

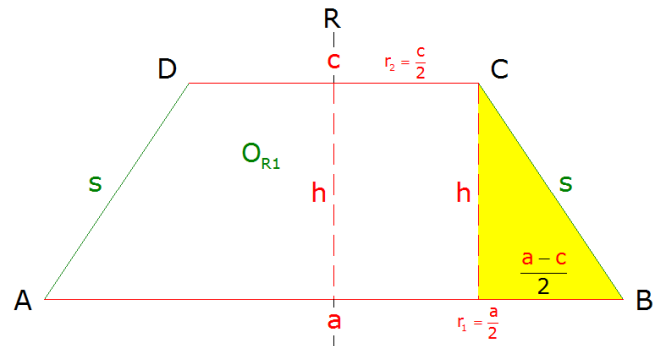
$$s^2 = 3^2 + \left(\frac{8}{2}\right)^2$$

$$s^2 = 3^2 + 4^2$$

$$s^2 = 9 + 16$$

$$s^2 = 25 \quad \left| \sqrt{} \right.$$

$$\underline{s = 5 \text{ cm}}$$



2. Berechnung der Oberfläche des Rotationskörpers O_{R1} :

$$O_{R1} = \pi \cdot \left[r_1^2 + r_2^2 + s \cdot (r_1 + r_2) \right] \quad \text{Formel Kegelstumpfoberfläche}$$

$$O_{R1} = \pi \cdot \left[\left(\frac{a}{2}\right)^2 + \left(\frac{c}{2}\right)^2 + s \cdot \left(\frac{a}{2} + \frac{c}{2}\right) \right]$$

$$O_{R1} = \pi \cdot \left[\left(\frac{14}{2}\right)^2 + \left(\frac{6}{2}\right)^2 + 5 \cdot \left(\frac{14}{2} + \frac{6}{2}\right) \right]$$

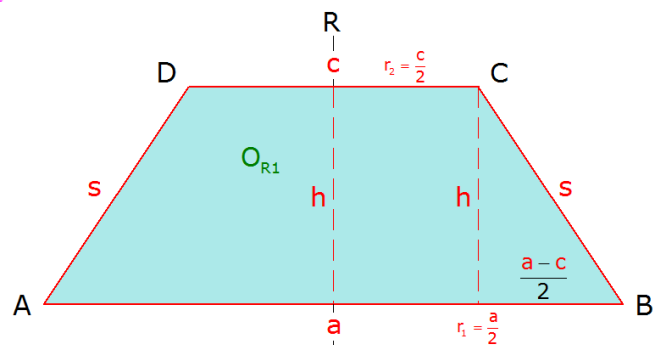
$$O_{R1} = \pi \cdot [7^2 + 3^2 + 5 \cdot (7 + 3)]$$

$$O_{R1} = \pi \cdot [49 + 9 + 5 \cdot 10]$$

$$O_{R1} = \pi \cdot [49 + 9 + 50]$$

$$O_{R1} = \pi \cdot 108$$

$$\underline{O_{R1} = 108\pi \text{ cm}^2}$$



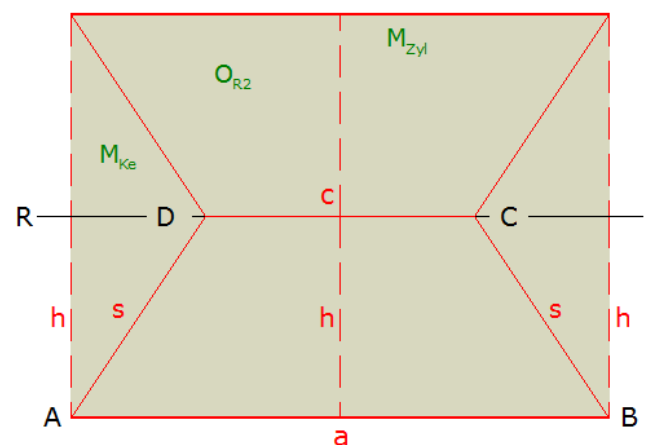
3. Berechnung des Zylindermantels M_{Zyl} :

$$M_{Zyl} = 2 \cdot \pi \cdot r \cdot h$$

$$M_{Zyl} = 2 \cdot \pi \cdot h \cdot a$$

$$M_{Zyl} = 2 \cdot \pi \cdot 3 \cdot 14$$

$$\underline{M_{Zyl} = 84\pi \text{ cm}^2}$$



Lösung 1980 2b:

4. Berechnung des Kegelmantels M_{Ke} :

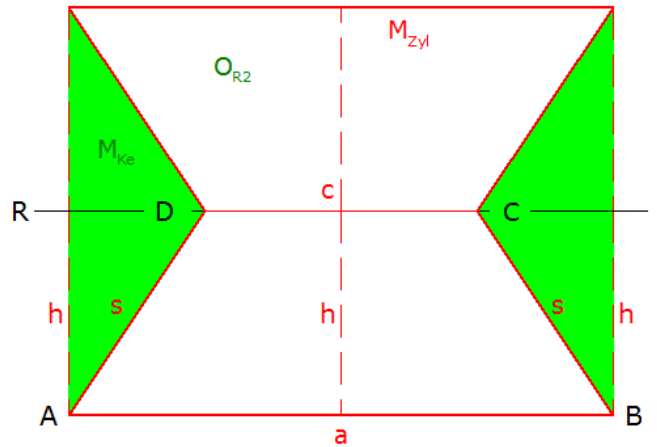
$$M_{\text{Ke}} = \pi \cdot r \cdot s$$

$$M_{\text{Ke}} = \pi \cdot h \cdot s$$

$$M_{\text{Ke}} = \pi \cdot 3 \cdot 5$$

$$M_{\text{Ke}} = \pi \cdot 15$$

$$\underline{M_{\text{Ke}} = 15\pi \text{ cm}^2}$$



5. Berechnung der Oberfläche des Rotationskörpers O_{R2} :

$$O_{\text{R2}} = M_{\text{Zyl}} + 2 \cdot M_{\text{Ke}}$$

$$O_{\text{R2}} = 84\pi + 2 \cdot 15\pi$$

$$O_{\text{R2}} = 84\pi + 30\pi$$

$$\underline{\underline{O_{\text{R2}} = 114\pi \text{ cm}^2}}$$

