

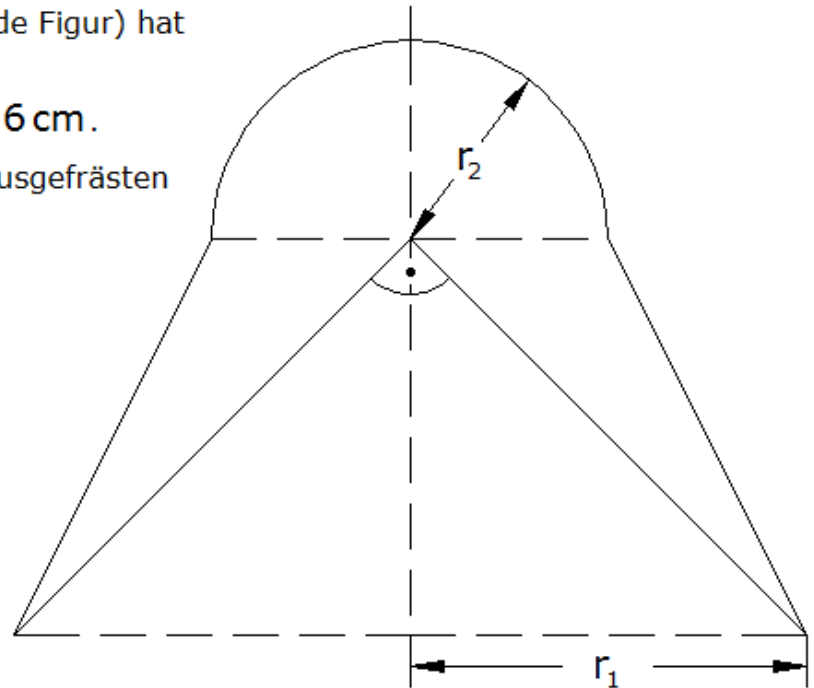
Aufgabe 1980 1c:

3 P

Ein Werkstück (siehe nebenstehende Figur) hat ein Volumen von $414\pi \text{ cm}^3$.

Die Halbkugel hat den Radius $r_2 = 6 \text{ cm}$.

Berechnen Sie den Radius r_1 des ausgefrästen Kegels.



Strategie 1980 1c:

Gegeben:

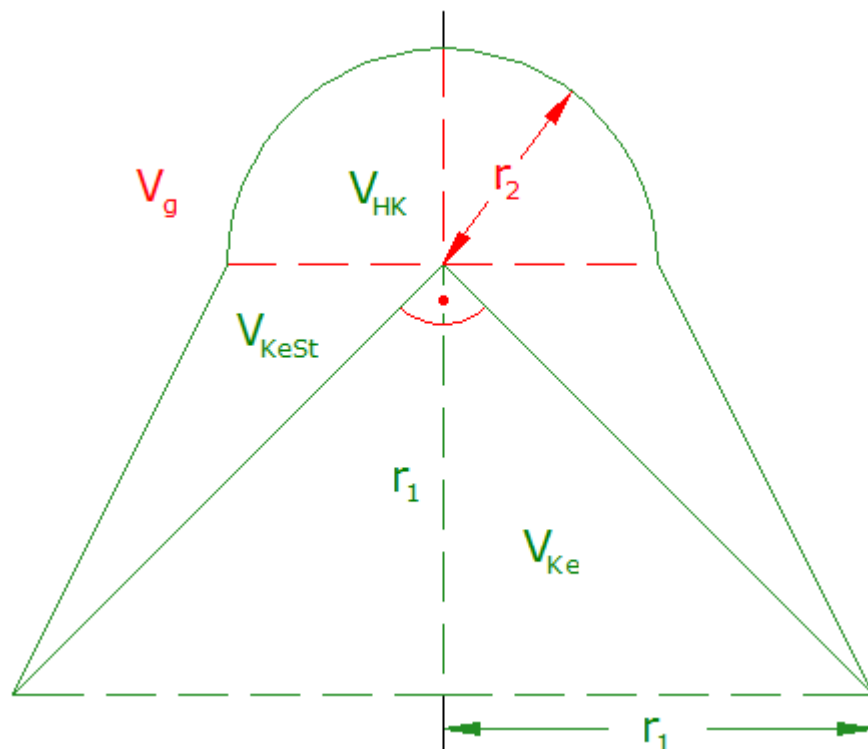
$$V_g = 414\pi \text{ cm}^3$$

$$r_2 = 6 \text{ cm}$$

Gesucht:

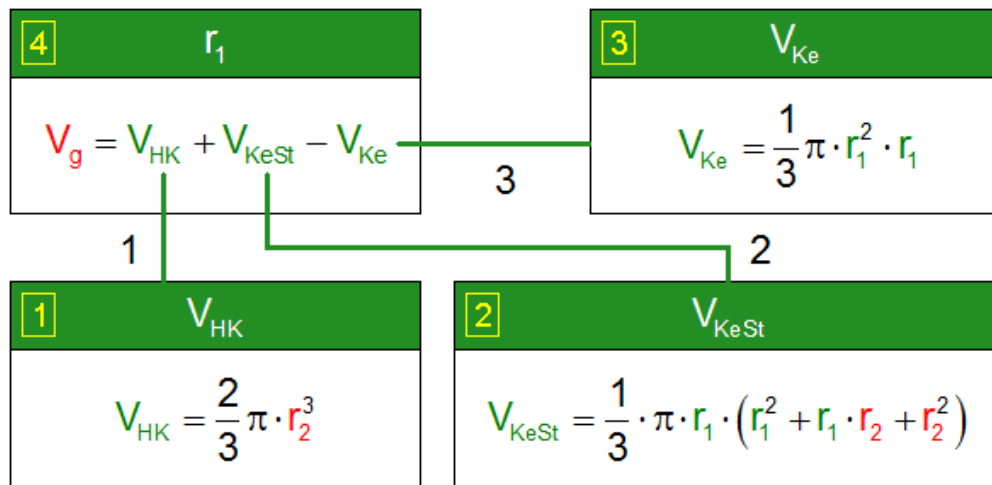
$$r_1$$

Skizze:



Strategie 1980 1c:

Struktogramm:



Lösung 1980 1c:

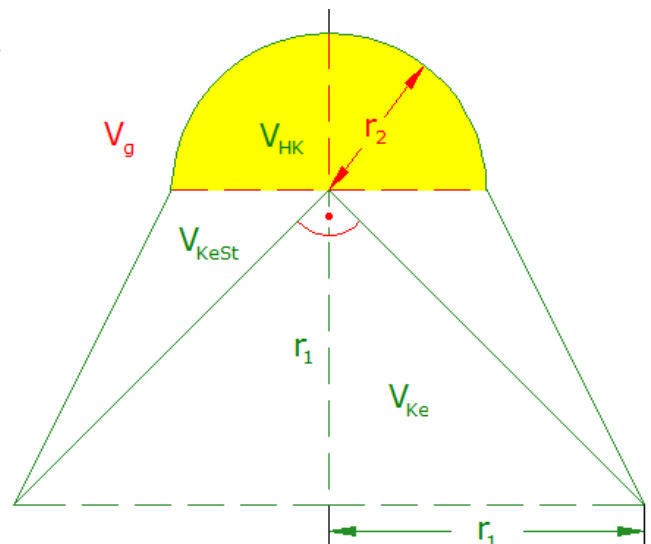
1. Berechnung des Halbkugelvolumens V_{HK} :

$$V_{HK} = \frac{2}{3} \cdot \pi \cdot r_2^3$$

$$V_{HK} = \frac{2}{3} \cdot \pi \cdot 6^3$$

$$V_{HK} = \frac{2}{3} \cdot \pi \cdot 216$$

$$\underline{V_{HK} = 144\pi \text{ cm}^3}$$



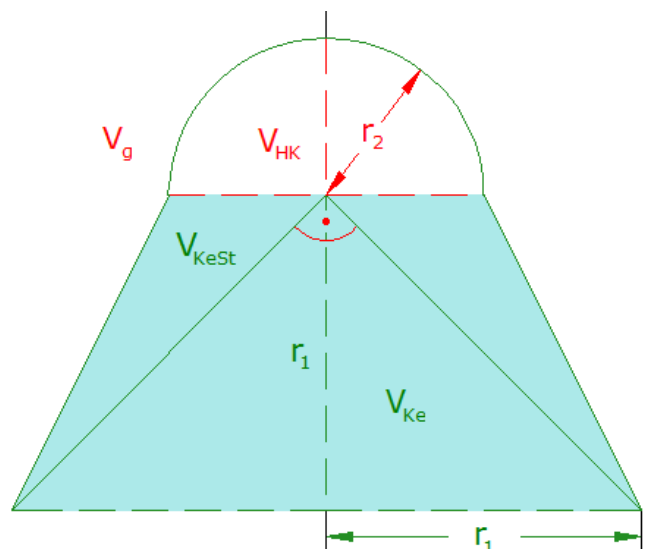
2. Berechnung des Kegelstumpfvolumens V_{KeSt} :

$$V_{KeSt} = \frac{1}{3} \cdot \pi \cdot h \cdot (r_1^2 + r_1 \cdot r_2 + r_2^2)$$

$$V_{KeSt} = \frac{1}{3} \cdot \pi \cdot r_1 \cdot (r_1^2 + r_1 \cdot 6 + 6^2)$$

$$V_{KeSt} = \frac{1}{3} \cdot \pi \cdot r_1 \cdot (r_1^2 + 6r_1 + 36)$$

$$\underline{V_{KeSt} = \frac{1}{3} \cdot \pi \cdot r_1^3 + \frac{1}{3} \cdot \pi \cdot r_1^2 \cdot 6 + \frac{1}{3} \cdot \pi \cdot r_1 \cdot 36}$$



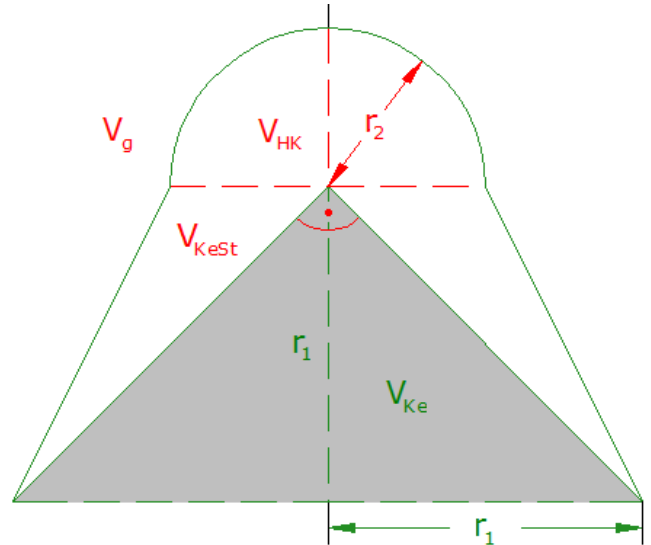
Lösung 1980 1c:

3. Berechnung des Kegelvolumens V_{Ke} :

$$V_{\text{Ke}} = \frac{1}{3} \cdot \pi \cdot r_1^2 \cdot h$$

$$V_{\text{Ke}} = \frac{1}{3} \cdot \pi \cdot r_1^2 \cdot r_1$$

$$V_{\text{Ke}} = \frac{1}{3} \cdot \pi \cdot r_1^3$$



4. Berechnung des Radius r_1 :

$$V_g = V_{\text{HK}} + V_{\text{KeSt}} - V_{\text{Ke}}$$

$$414\pi = 144\pi + \frac{1}{3} \cdot \pi \cdot r_1^3 + \frac{1}{3} \cdot \pi \cdot 6 \cdot r_1^2 + \frac{1}{3} \cdot \pi \cdot r_1 \cdot 36 - \frac{1}{3} \cdot \pi \cdot r_1^3$$

$$414\pi = 144\pi + \frac{1}{3} \cdot \pi \cdot r_1^3 + \frac{1}{3} \cdot \pi \cdot 6 \cdot r_1^2 + \frac{1}{3} \cdot \pi \cdot r_1 \cdot 36 - \frac{1}{3} \cdot \pi \cdot r_1^3$$

$$414\pi = 144\pi + \frac{1}{3} \cdot \pi \cdot 6 \cdot r_1^2 + \frac{1}{3} \cdot \pi \cdot r_1 \cdot 36$$

$$414\pi = 144\pi + 2 \cdot \pi \cdot r_1^2 + \frac{1}{3} \cdot \pi \cdot r_1 \cdot 36$$

$$414\pi = 144\pi + 2 \cdot \pi \cdot r_1^2 + 12 \cdot \pi \cdot r_1$$

$$2 \cdot \pi \cdot r_1^2 + 12 \cdot \pi \cdot r_1 + 144\pi = 414\pi$$

$$2 \cdot r_1^2 + 12 \cdot r_1 + 144 = 414$$

$$2 \cdot r_1^2 + 12 \cdot r_1 - 270 = 0$$

$$r_1^2 + 6r_1 - 135 = 0$$

$$r_1^2 + 6r_1 - 135 = 0$$

$$x^2 + px + q = 0$$

$$p = 6$$

$$q = -135$$

$$x_{1,2} = -\frac{p}{2} \pm \sqrt{\frac{p^2}{4} - q}$$

$$x_{1,2} = -\frac{6}{2} \pm \sqrt{\frac{6^2}{4} - (-135)}$$

$$x_{1,2} = -3 \pm \sqrt{\frac{36}{4} + 135}$$

$$x_{1,2} = -3 \pm \sqrt{9 + 135}$$

$$x_{1,2} = -3 \pm \sqrt{144}$$

Seiten tauschen

| : π

| - 414

| : 2

Quadratische Gleichung
in der Normalform

p und q bestimmen

Lösungsformel

Lösung 1980 1c:

$$x_{1,2} = -3 \pm 12$$

$$x_1 = -3 + 12$$

$$\underline{x_1 = 9 \text{ cm}}$$

$$x_2 = -3 - 12$$

$$\cancel{x_2 = -15 \text{ cm}}$$

$$\underline{\underline{r_1 = 9 \text{ cm}}}$$

keine Lösung,
da negativ