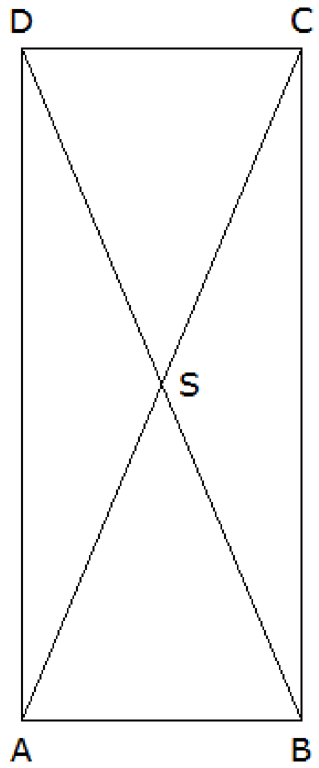
Aufgabe 1980 1b: **4 P**

Gegeben ist das Rechteck ABCD mit den Seiten $\overline{AB} = a = 5\,cm$ und $\overline{BC} = b = 12\,cm$.

Die Diagonalen schneiden sich in S (siehe nebenstehende Skizze).

Das Teildreieck ASD rotiert um die Seite $\overline{BC}$.

Berechnen Sie das Volumen des Drehkörpers als Vielfaches von π.



Strategie 1980 1b:

Gegeben:

Rotationskörper

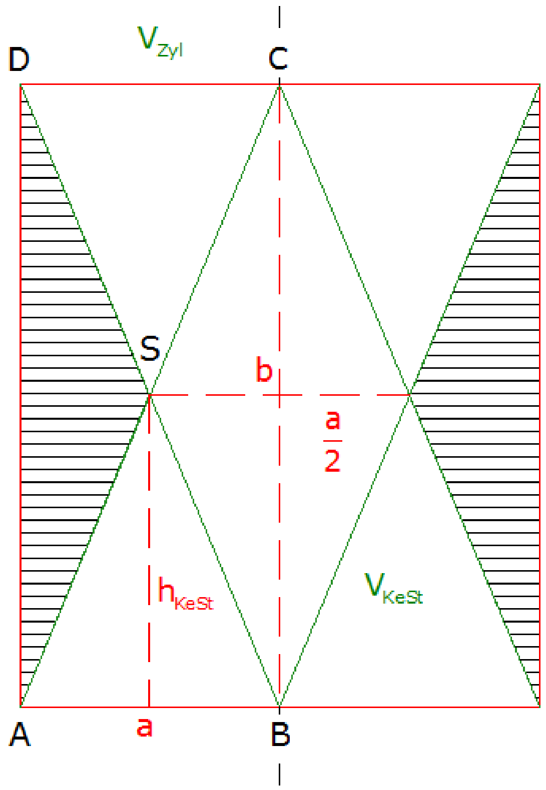
$\overline{AB} = a = 5\,cm$

$\overline{BC} = b = 12\,cm$

Gesucht:

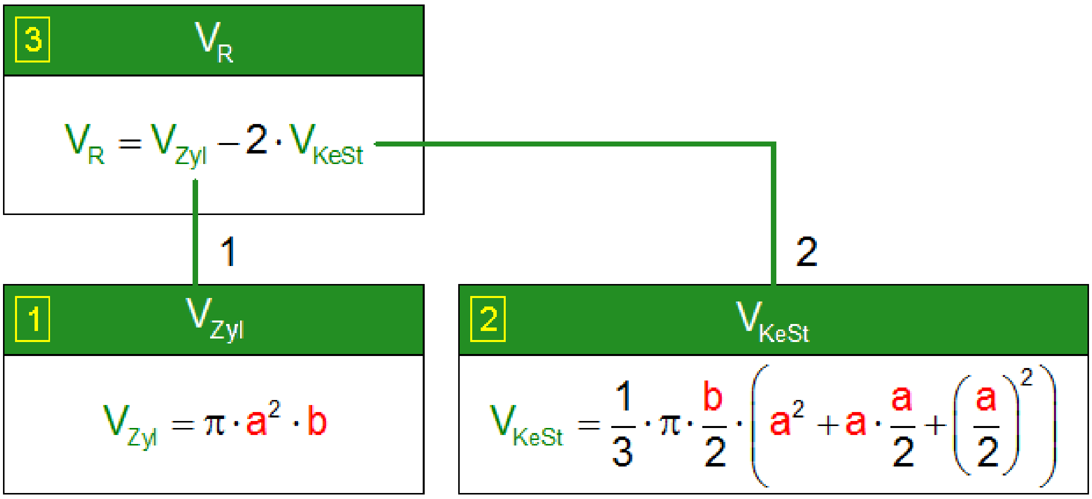
V_R

Skizze:



Strategie 1980 1b:

Struktogramm:



Lösung 1980 1b:

1. Berechnung des Zylindervolumens V_{Zyl}:

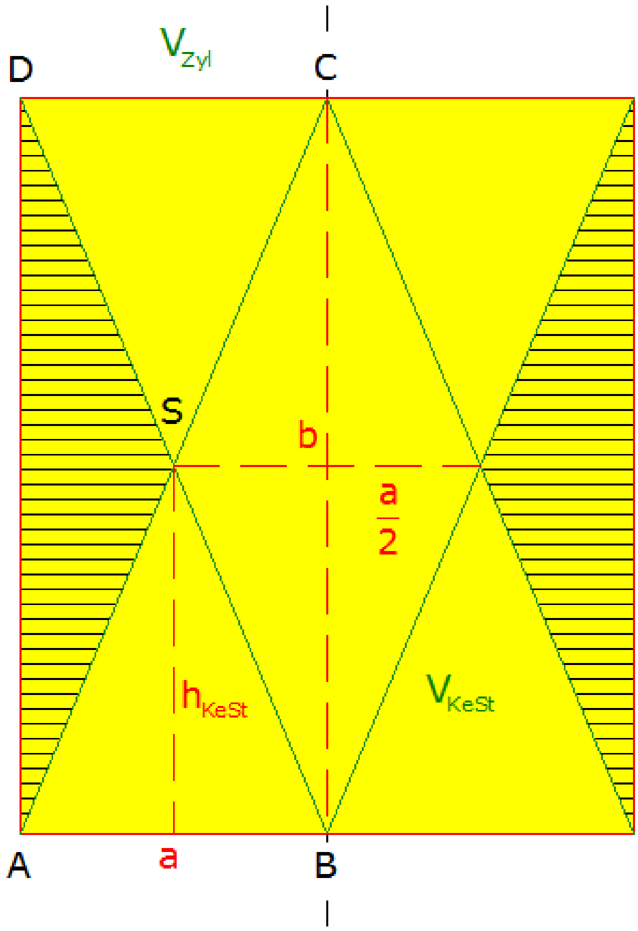
$$V_{Zyl} = \pi \cdot r^2 \cdot h$$

$$V_{Zyl} = \pi \cdot a^2 \cdot b$$

$$V_{Zyl} = \pi \cdot 5^2 \cdot 12$$

$$V_{Zyl} = \pi \cdot 25 \cdot 12$$

$$\underline{V_{Zyl} = 300\pi \, cm^3}$$



Lösung 1980 1b:

2. Berechnung des Kegelstumpfvolumens V_{KeSt}:

$$V_{KeSt} = \frac{1}{3} \cdot \pi \cdot h \cdot \left(r_1^2 + r_1 \cdot r_2 + r_2^2\right)$$

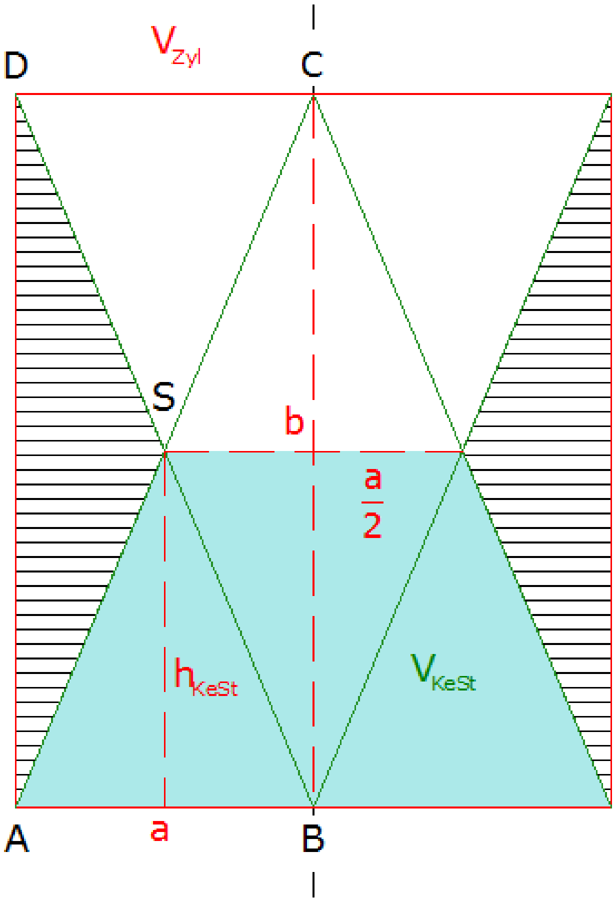
$$V_{KeSt} = \frac{1}{3} \cdot \pi \cdot \frac{b}{2} \cdot \left(a^2 + a \cdot \frac{a}{2} + \left(\frac{a}{2}\right)^2\right)$$

$$V_{KeSt} = \frac{1}{3} \cdot \pi \cdot \frac{12}{2} \cdot \left(5^2 + 5 \cdot \frac{5}{2} + \left(\frac{5}{2}\right)^2\right)$$

$$V_{KeSt} = \frac{1}{3} \cdot \pi \cdot 6 \cdot (25 + 12{,}5 + 6{,}25)$$

$$V_{KeSt} = 2\pi 43{,}75$$

$$\underline{V_{KeSt} = 87{,}5\pi\, cm^3}$$



3. Berechnung des Rotationskörpervolumens V_R:

$$V_R = V_{Zyl} - 2 \cdot V_{KeSt}$$

$$V_R = 300\pi - 2 \cdot 87{,}5\pi$$

$$V_R = 300\pi - 175\pi$$

$$\underline{\underline{V_R = 125\pi\, cm^3}}$$