Aufgabe 1979 8b: **4 P**

Das siebente Glied einer anderen arithmetischen Reihe ist halb so groß wie das zwölfte Glied. Berechnen Sie die Größen d und a_1, wenn $a_7 = 20$ ist.
Berechnen Sie weiter n für den Fall, dass die Summe aller Glieder 360 beträgt.

Lösung 1979 8b:

1. Berechnung von d:

$$\begin{array}{|l|} \mathrm{I}: a_7 = \dfrac{a_{12}}{2} \\ \mathrm{II}: a_7 = 20 \end{array}$$

$$\mathrm{I}: a_7 = \frac{a_{12}}{2}$$

$$a_1 + 6d = \frac{a_1 + 11d}{2} \qquad \left| \cdot 2 \right.$$

$$2a_1 + 12d = a_1 + 11d \qquad \left| -a_1 - 12d \right.$$

$$\underline{a_1 = -d}$$

$$\mathrm{II}: a_7 = 20$$

$$a_1 + 6d = 20 \qquad a_1 = -d$$

$$-d + 6d = 20$$

$$5d = 20 \qquad \left| :5 \right.$$

$$\underline{\underline{d = 4}}$$

2. Berechnung von a_1:

$$a_1 = -d \qquad d = 4$$

$$\underline{\underline{a_1 = -4}}$$

3. Berechnung von n:

$$s_n = \frac{n}{2}\left(a_1 + a_1 + (n-1)\cdot d\right) \qquad s_n = \frac{n}{2}\left(a_1 + a_n\right) \wedge a_n = a_1 + (n-1)\cdot d$$

$$360 = \frac{n}{2}\left(2a_1 + (n-1)\cdot d\right) \qquad a_1 = -4 \wedge d = 4$$

$$360 = \frac{n}{2}\left(2\cdot(-4) + (n-1)\cdot 4\right)$$

$$360 = \frac{n}{2}\left(-8 + 4n - 4\right)$$

$$360 = \frac{n}{2}\left(4n - 12\right) \qquad \left| \cdot 2 \right.$$

Lösung 1979 8b:

$$720 = n(4n - 12)$$ Summe ausmultiplizieren

$$720 = 4n^2 - 12n$$ Seiten tauschen

$$4n^2 - 12n = 720 \quad \Big| -720$$

$$4n^2 - 12n - 720 = 0 \quad \Big| :4$$

$$n^2 - 3n - 180 = 0$$

Normalform einer quadratischen Gleichung

$$n^2 - 3n - 180 = 0$$

$$x^2 + px + q = 0$$

p und q bestimmen

$$p = -3$$

$$q = -180$$

$$x_{1,2} = -\frac{p}{2} \pm \sqrt{\frac{p^2}{4} - q}$$

Lösungsformel

$$x_{1,2} = -\frac{-3}{2} \pm \sqrt{\frac{(-3)^2}{4} - (-180)}$$

$$x_{1,2} = 1{,}5 \pm \sqrt{\frac{9}{4} + 180}$$

$$x_{1,2} = 1{,}5 \pm \sqrt{2{,}25 + 180}$$

$$x_{1,2} = 1{,}5 \pm \sqrt{182{,}25}$$

$$x_{1,2} = 1{,}5 \pm 13{,}5$$

$$x_1 = 1{,}5 + 13{,}5$$

$$\underline{x_1 = 15}$$

$$x_2 = 1{,}5 - 13{,}5$$

$$\cancel{x_2 = -12}$$

keine Lösung, da negativ

$$\underline{\underline{n = 15}}$$