

Aufgabe 1979 4b:

4 P

Die Figur aus Aufgabe 4a rotiert 1. um die x-Achse und 2. um die y-Achse.
Berechnen Sie die Rauminhalte der beiden Rotationskörper als Vielfaches von π .
In welchem ganzzahligen Verhältnis stehen die Rauminhalte der beiden Rotationskörper?

Lösung 1979 4b:

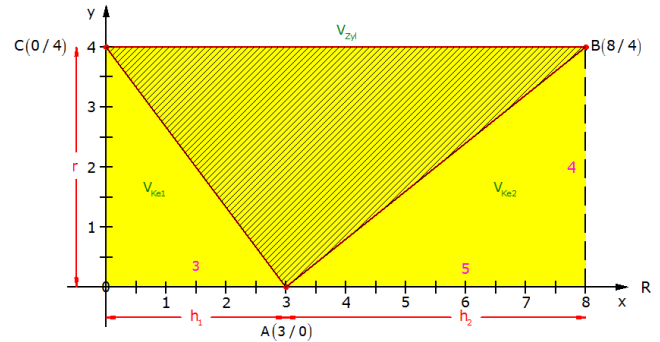
1. Berechnung des Zylindervolumens V_{Zyl} :

$$V_{Zyl} = \pi \cdot r_{Zyl}^2 \cdot h_{Zyl}$$

$$V_{Zyl} = \pi \cdot 4^2 \cdot 8 \quad r_{Zyl} = 4 \wedge h_{Zyl} = 8$$

$$V_{Zyl} = \pi \cdot 16 \cdot 8$$

$$V_{Zyl} = 128\pi \text{ VE}$$



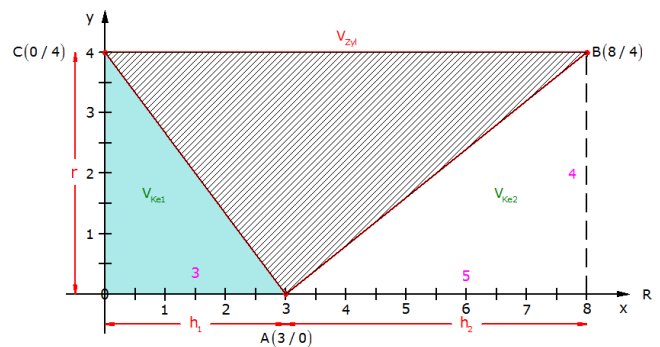
2. Berechnung des Kegelvolumens V_{Ke1} :

$$V_{Ke1} = \frac{\pi}{3} \cdot r_{Ke1}^2 \cdot h_{Ke1}$$

$$V_{Ke1} = \frac{\pi}{3} \cdot 4^2 \cdot 3 \quad r_{Ke1} = 4 \wedge h_{Ke1} = 3$$

$$V_{Ke1} = \frac{\pi}{3} \cdot 16 \cdot 3$$

$$V_{Ke1} = 16\pi \text{ VE}$$



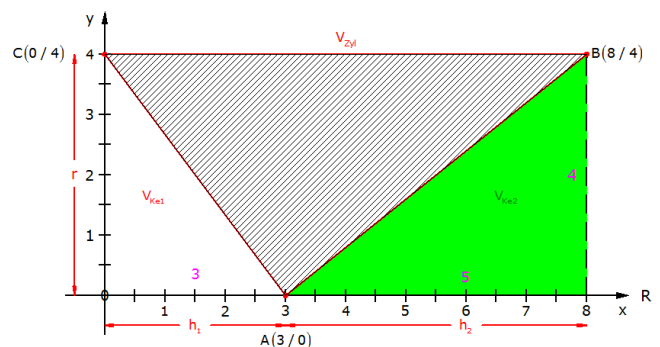
3. Berechnung des Kegelvolumens V_{Ke2} :

$$V_{Ke2} = \frac{\pi}{3} \cdot r_{Ke2}^2 \cdot h_{Ke2}$$

$$V_{Ke2} = \frac{\pi}{3} \cdot 4^2 \cdot 5 \quad r_{Ke2} = 4 \wedge h_{Ke2} = 5$$

$$V_{Ke2} = \frac{\pi}{3} \cdot 16 \cdot 5$$

$$V_{Ke2} = \frac{80\pi}{3} \text{ VE}$$



Lösung 1979 4b:

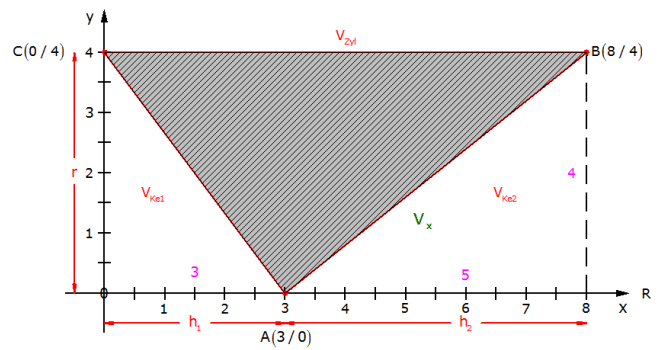
4. Berechnung des Rotationskörpervolumens V_x :

$$V_x = V_{Zyl} - V_{Ke1} - V_{Ke2}$$

$$V_x = 128\pi - 16\pi - \frac{80\pi}{3}$$

$$V_x = \frac{384\pi}{3} - \frac{48\pi}{3} - \frac{80\pi}{3}$$

$$V_x = \frac{256\pi}{3} \text{ VE}$$



5. Berechnung des Kegelstumpfvolumens V_{KeSt} :

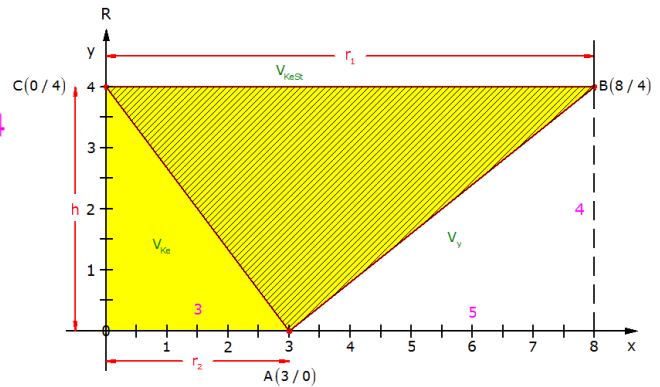
$$V_{KeSt} = \frac{\pi}{3} \cdot h \cdot (r_1^2 + r_1 \cdot r_2 + r_2^2)$$

$$V_{KeSt} = \frac{\pi}{3} \cdot 4 \cdot (8^2 + 8 \cdot 3 + 3^2) \quad r_1 = 8 \wedge r_2 = 3 \wedge h = 4$$

$$V_{KeSt} = \frac{\pi}{3} \cdot 4 \cdot (64 + 24 + 9)$$

$$V_{KeSt} = \frac{\pi}{3} \cdot 4 \cdot 97$$

$$V_{KeSt} = \frac{388\pi}{3} \text{ VE}$$



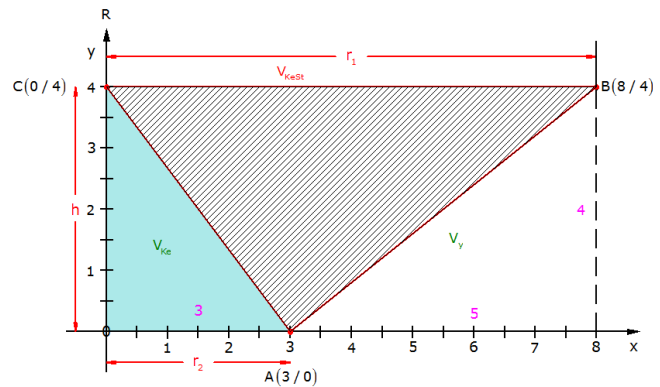
6. Berechnung des Kegelvolumens V_{Ke} :

$$V_{Ke} = \frac{\pi}{3} \cdot r_2^2 \cdot h$$

$$V_{Ke} = \frac{\pi}{3} \cdot 3^2 \cdot 4 \quad r_2 = 3 \wedge h = 4$$

$$V_{Ke} = \frac{\pi}{3} \cdot 9 \cdot 4$$

$$V_{Ke} = 12\pi \text{ VE}$$



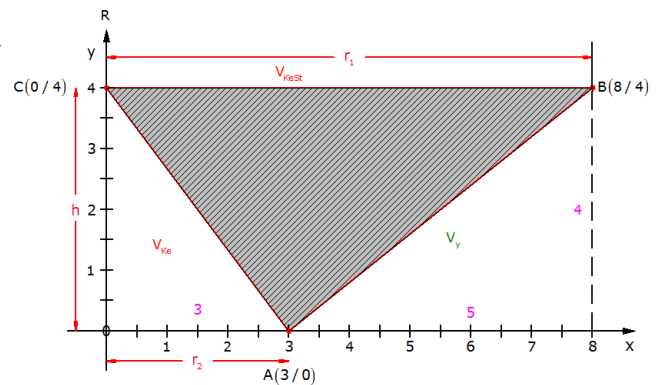
7. Berechnung des Rotationskörpervolumens V_y :

$$V_y = V_{KeSt} - V_{Ke}$$

$$V_y = \frac{388\pi}{3} - 12\pi$$

$$V_y = \frac{388\pi}{3} - \frac{36\pi}{3}$$

$$V_y = \frac{352\pi}{3} \text{ VE}$$



Lösung 1979 4b:

8. Berechnung des Volumenverhältnisses:

$$V_x : V_y = \frac{256\pi}{3} : \frac{352\pi}{3}$$

$$V_x : V_y = 8 \cdot \frac{32\pi}{3} : 11 \cdot \frac{32\pi}{3}$$

$$\underline{\underline{V_x : V_y = 8 : 11}}$$