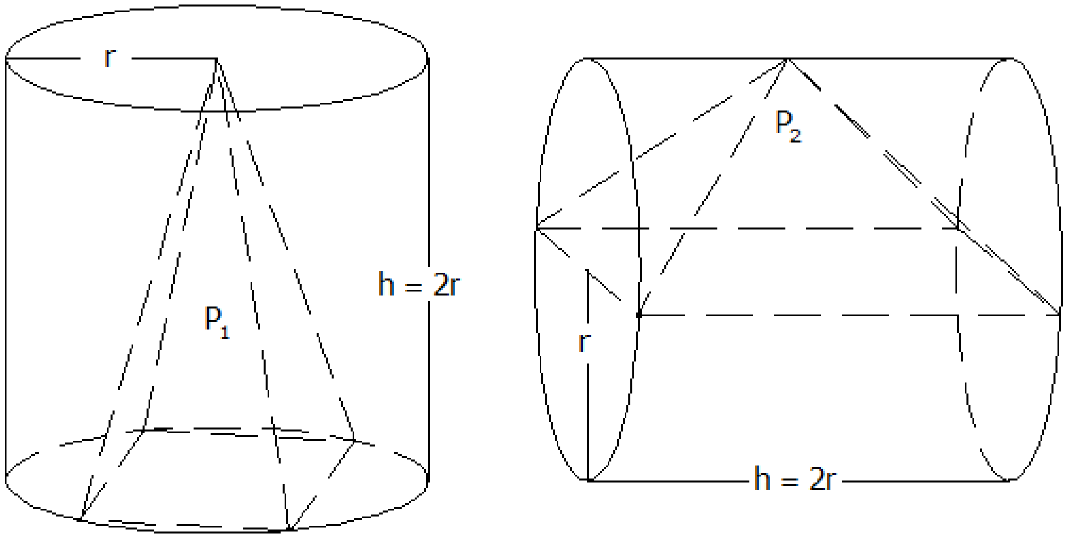
Aufgabe 1979 3b: **4 P**

In zwei Zylinder mit denselben Maßen (r für den Grundkreisradius und 2r für die Höhe) sind die quadratischen Pyramiden P_1 und P_2 einbeschrieben.



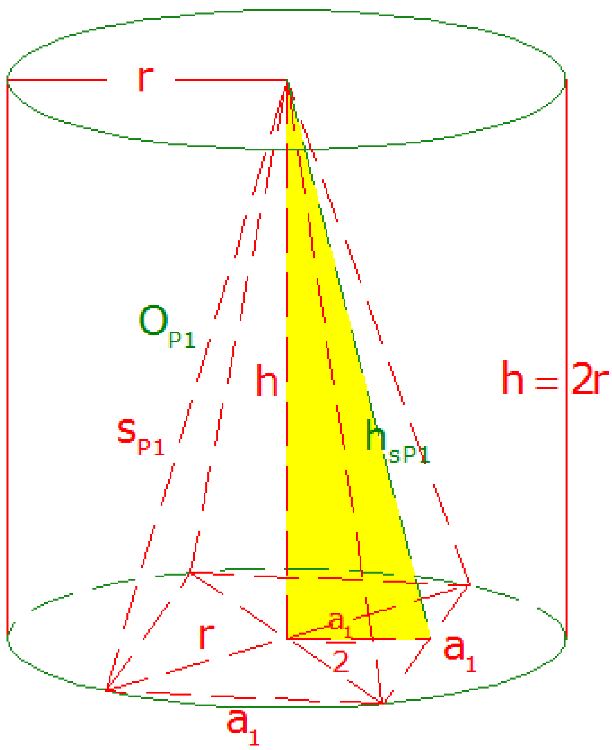
Berechnen Sie die beiden Pyramidenoberflächen in Abhängigkeit von r.

Lösung 1979 3b:

<u>1. Berechnung der Pyramidenseitenflächenhöhe h_{sP1}:</u>

$$h_{sP1}^2 = h^2 + \left(\frac{a_1}{2}\right)^2$$ Pythagoras im rechtwinkligen gelben Teildreieck

$$h_{sP1}^2 = (2r)^2 + \left(\frac{\sqrt{2}r}{2}\right)^2 \qquad a_1 = \sqrt{2}r$$ (siehe Lösung 1979 3a)



$$h_{sP1}^2 = 4r^2 + \frac{2r^2}{4}$$

$$h_{sP1}^2 = 4r^2 + \frac{r^2}{2}$$

$$h_{sP1}^2 = \frac{8}{2}r^2 + \frac{r^2}{2}$$

$$h_{sP1}^2 = \frac{9}{2}r^2 \qquad \left|\sqrt{}\right.$$

$$h_{sP1} = \sqrt{\frac{9}{2}r^2}$$

$$h_{sP1} = \frac{\sqrt{9r^2}}{\sqrt{2}} \qquad \sqrt{\frac{a}{b}} = \frac{\sqrt{a}}{\sqrt{b}}$$

$$h_{sP1} = \frac{3r}{\sqrt{2}}$$

$$h_{sP1} = \frac{3r\cdot\sqrt{2}}{\sqrt{2}\cdot\sqrt{2}}$$ Bruch erweitern

$$h_{sP1} = \frac{3r\cdot\sqrt{2}}{2}$$

$$h_{sP1} = \frac{3}{2}\sqrt{2}r$$

$$\underline{h_{sP1} = 1{,}5\sqrt{2}r}$$

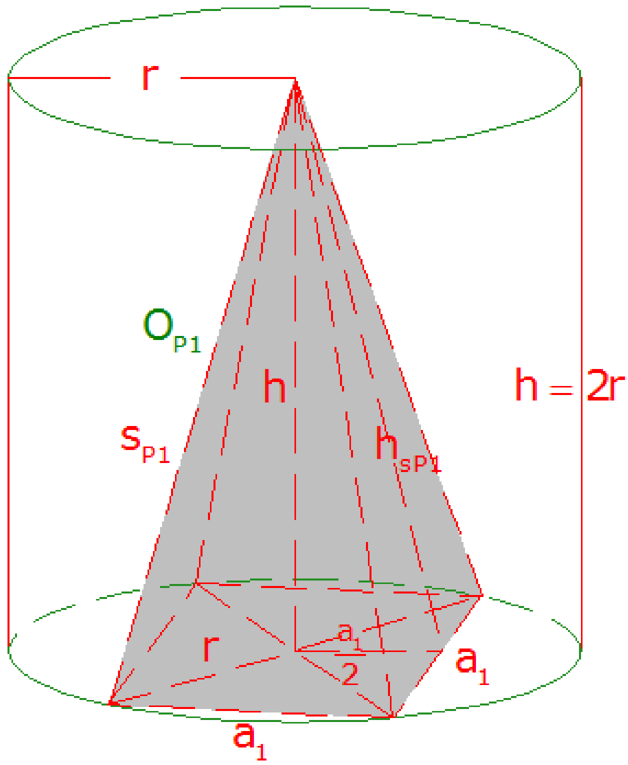
Lösung 1979 3b:

$$h_{sP1} = \frac{3r \cdot \sqrt{2}}{\sqrt{2} \cdot \sqrt{2}}$$ Bruch erweitern

$$h_{sP1} = \frac{3r \cdot \sqrt{2}}{2}$$

$$h_{sP1} = \frac{3}{2}\sqrt{2}\,r$$

$$\underline{h_{sP1} = 1{,}5\sqrt{2}\,r}$$



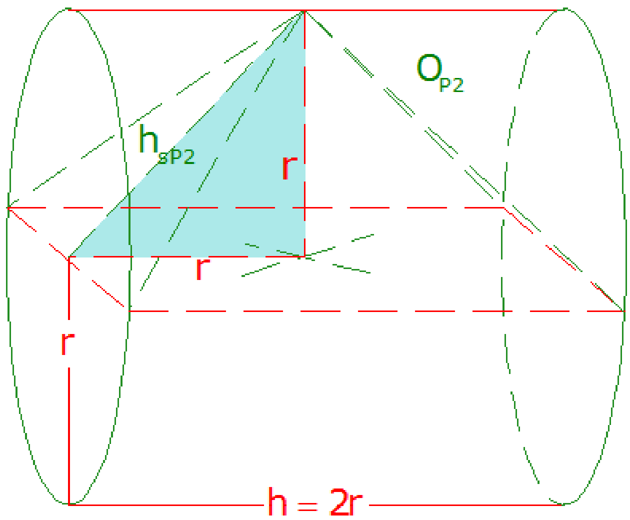
2. Berechnung der Pyramidenoberfläche O_{P1}:

$$O_{P1} = a_1^2 + 2 \cdot a_1 \cdot h_{sP1}$$

$$O_{P1} = \left(\sqrt{2}\,r\right)^2 + 2 \cdot \sqrt{2}\,r \cdot 1{,}5\sqrt{2}\,r$$

$$O_{P1} = 2r^2 + 6r^2$$

$$\underline{\underline{O_{P1} = 8r^2\ \text{FE}}}$$



3. Berechnung der Pyramidenseitenflächenhöhe h_{sP2}:

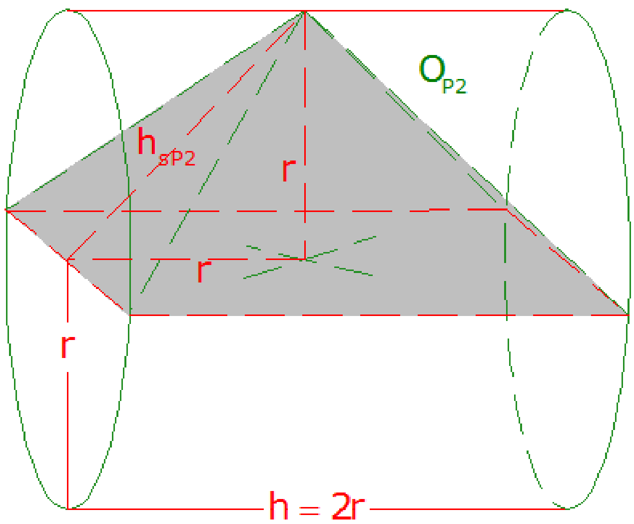
$$h_{sP2}^2 = h^2 + \left(\frac{a_2}{2}\right)^2$$ Pythagoras im rechtwinkligen hellblauen Teildreieck

$$h_{sP2}^2 = r^2 + \left(\frac{2r}{2}\right)^2$$

$$h_{sP2}^2 = r^2 + r^2$$

$$h_{sP2}^2 = 2r^2 \qquad \left|\sqrt{}\right.$$

$$\underline{h_{sP2} = \sqrt{2}\,r}$$



4. Berechnung der Pyramidenoberfläche O_{P2}:

$$O_{P2} = a_2^2 + 2 \cdot a_2 \cdot h_{sP2}$$

$$O_{P2} = (2r)^2 + 2 \cdot 2r \cdot \sqrt{2}\,r$$

$$O_{P2} = 4r^2 + 4\sqrt{2}\,r^2$$

$$\underline{\underline{O_{P2} = 4r^2\left(1 + \sqrt{2}\right)\text{FE}}}$$