

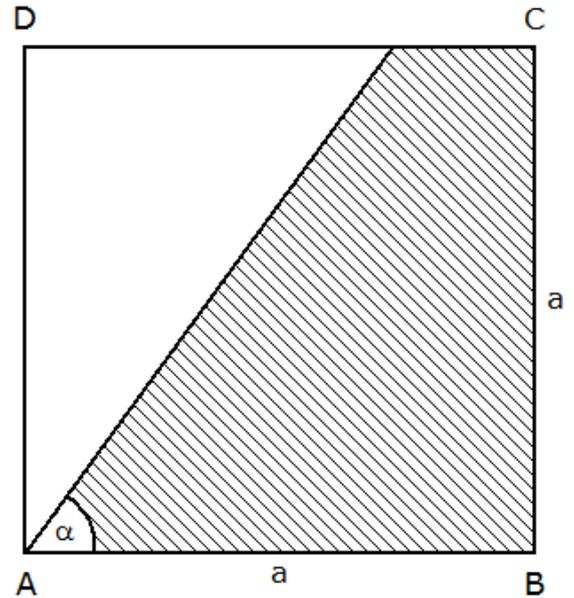
Aufgabe 1979 2c:

3 P

Gegeben ist ein Quadrat ABCD.

Berechnen Sie den Inhalt der schraffierten Fläche in Abhängigkeit von a und α für $45^\circ < \alpha < 90^\circ$.

Für welchen Winkel α nimmt die schraffierte Fläche zwei Drittel der Quadratfläche ein?



Lösung 1979 2c:

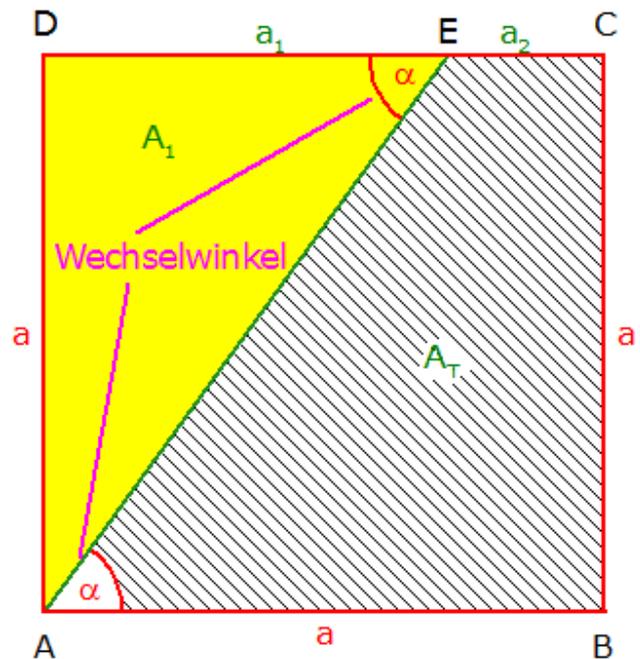
1. Berechnung der Strecke $\overline{DE} = a_1$:

$$\tan \alpha = \frac{\text{Gegenkathete}}{\text{Ankathete}} = \frac{a}{a_1} \quad \begin{array}{l} \text{Tangensfunktion im} \\ \text{rechtwinkligen} \\ \text{gelben Teildreieck} \end{array}$$

$$\tan \alpha = \frac{a}{a_1} \quad | \cdot a_1$$

$$a_1 \cdot \tan \alpha = a \quad | : \tan \alpha$$

$$\underline{a_1 = \frac{a}{\tan \alpha}}$$



Lösung 1979 2c:

2. Berechnung der Strecke $\overline{CE} = a_2$:

$$a_2 = a - a_1$$

$$a_2 = a - \frac{a}{\tan \alpha}$$

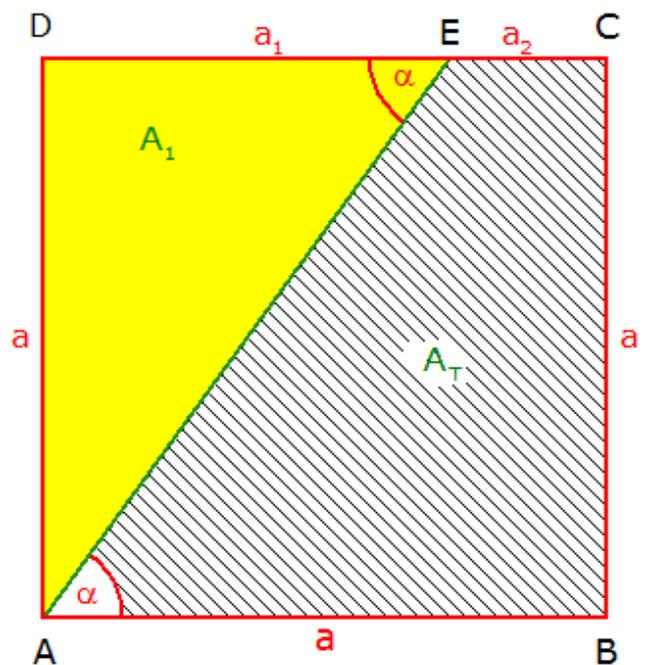
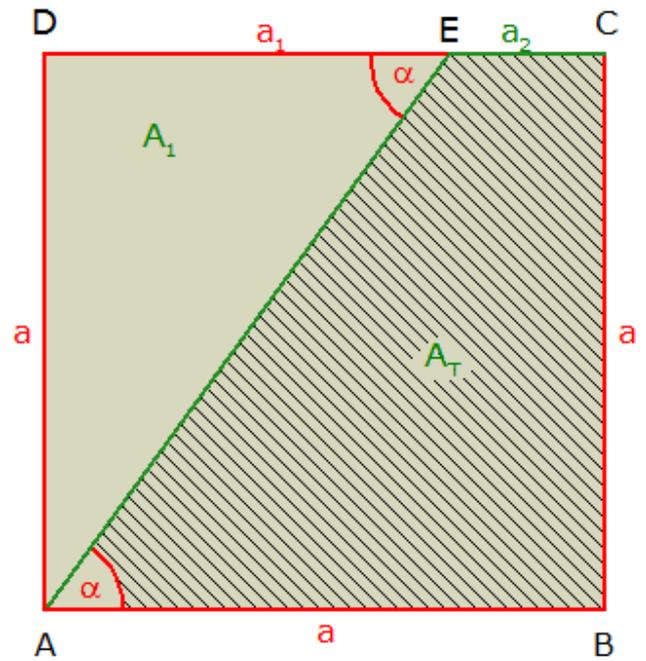
$$\underline{a_2 = a \left(1 - \frac{1}{\tan \alpha} \right)}$$

3. Berechnung der Dreiecksfläche A_1 :

$$A_1 = \frac{1}{2} \cdot a \cdot a_1$$

$$A_1 = \frac{1}{2} \cdot a \cdot \frac{a}{\tan \alpha}$$

$$\underline{A_1 = \frac{a^2}{2 \cdot \tan \alpha}}$$



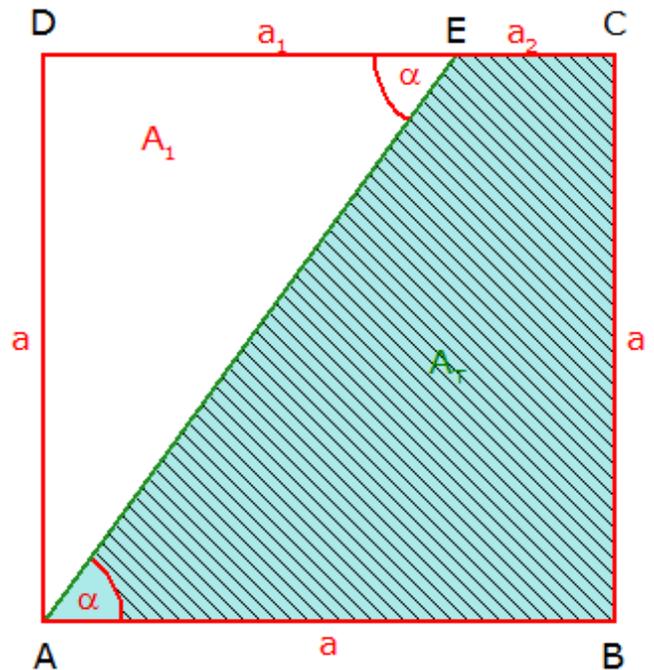
Lösung 1979 2c:

4. Berechnung der Trapezfläche A_T :

$$A_T = A_Q - A_1$$

$$A_T = a^2 - \frac{a^2}{2 \cdot \tan \alpha}$$

$$\underline{\underline{A_T = a^2 \left(1 - \frac{1}{2 \cdot \tan \alpha} \right)}}$$



5. Berechnung von α für $A_T = \frac{2}{3} a^2$:

$$a^2 \left(1 - \frac{1}{2 \cdot \tan \alpha} \right) = \frac{2}{3} a^2 \quad | : a^2$$

$$1 - \frac{1}{2 \cdot \tan \alpha} = \frac{2}{3} \quad \left| + \frac{1}{2 \cdot \tan \alpha} \right.$$

$$1 = \frac{2}{3} + \frac{1}{2 \cdot \tan \alpha} \quad \left| - \frac{2}{3} \right.$$

$$\frac{1}{3} = \frac{1}{2 \cdot \tan \alpha} \quad \left| \cdot \tan \alpha \right.$$

$$\tan \alpha \cdot \frac{1}{3} = \frac{1}{2} \quad \left| \cdot 3 \right.$$

$$\tan \alpha = 1,5$$

$$\underline{\underline{\alpha = 56,31^\circ}}$$