

Aufgabe 1979 1b:

4 P

Ein Trapez ABCD hat folgende Maße:

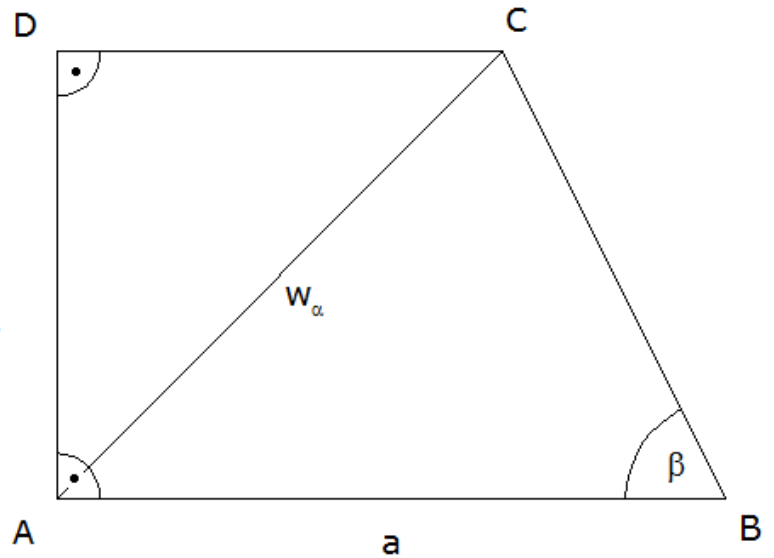
$$\overline{AB} = a = 6 \text{ cm}$$

$$\angle DAB = \alpha = 90^\circ$$

$$\angle ABC = \beta = 65^\circ$$

Die Winkelhalbierende W_α ist gleichzeitig Diagonale $\overline{AC}$.

Berechnen Sie den Umfang des Trapezes.



Strategie 1979 1b:

Gegeben:

Trapez

$$\overline{AB} = a = 6 \text{ cm}$$

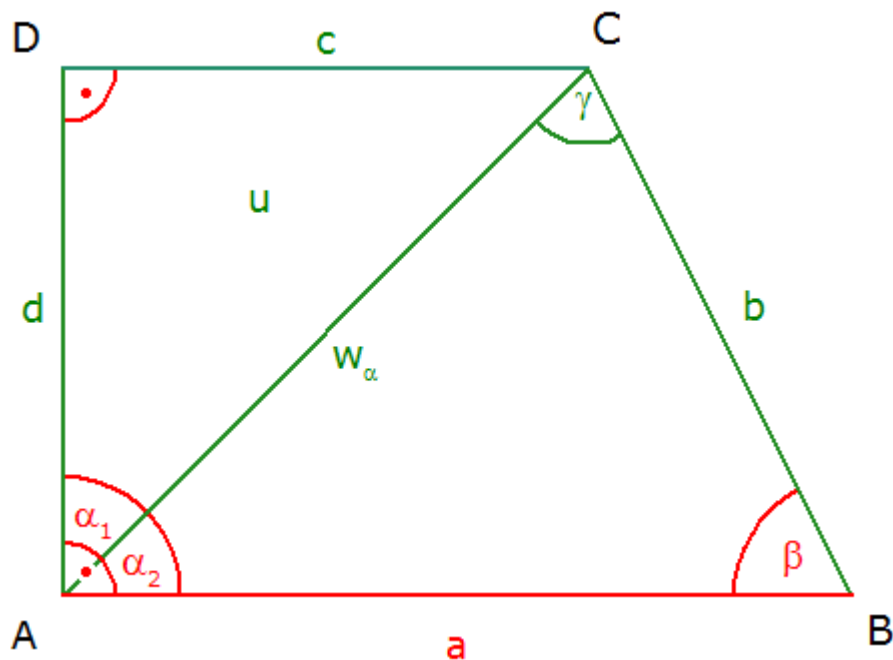
$$\angle DAB = \alpha = 90^\circ$$

$$\angle ABC = \beta = 65^\circ$$

Gesucht:

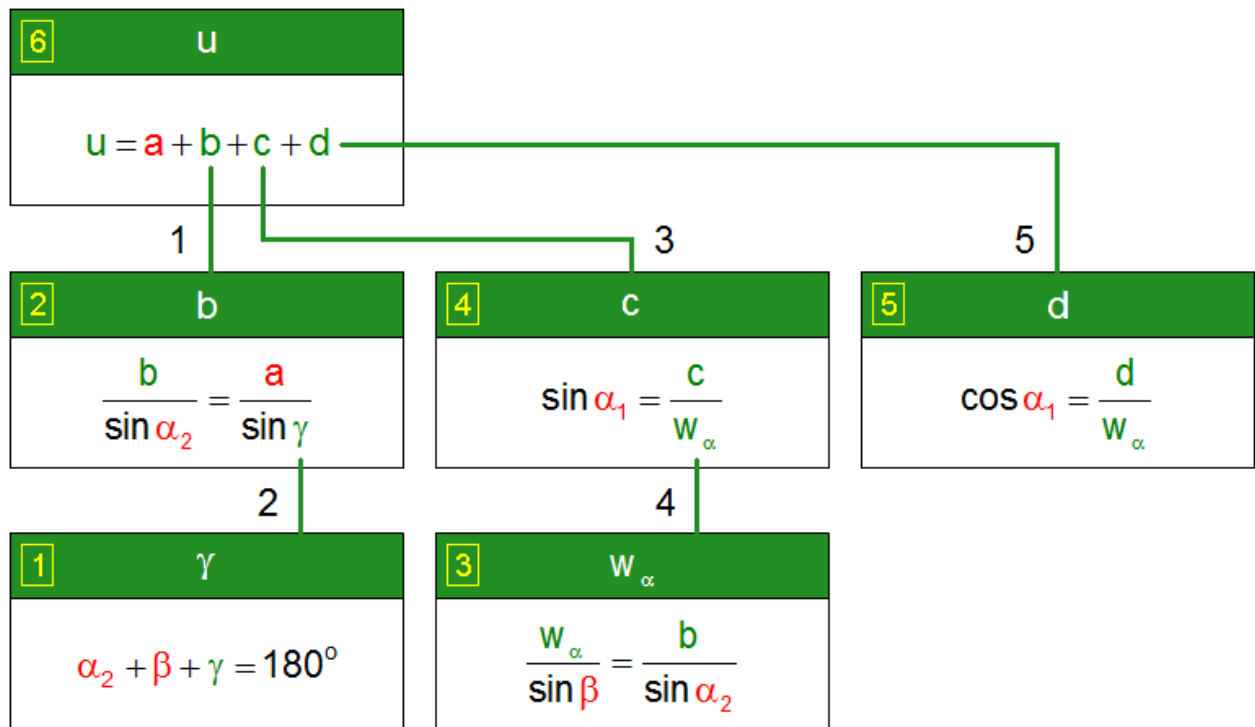
u

Skizze:



Strategie 1979 1b:

Struktogramm:



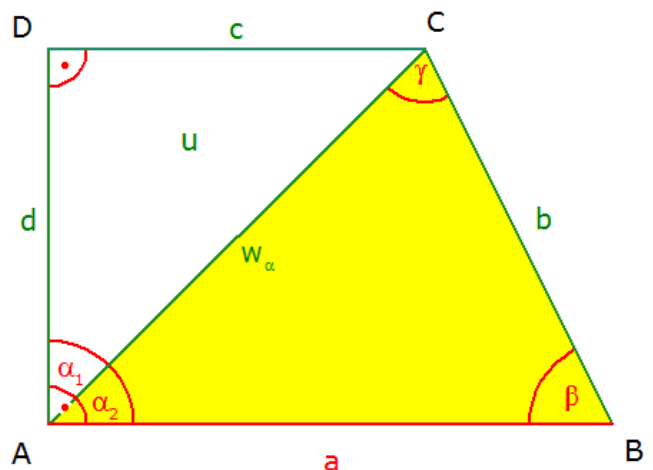
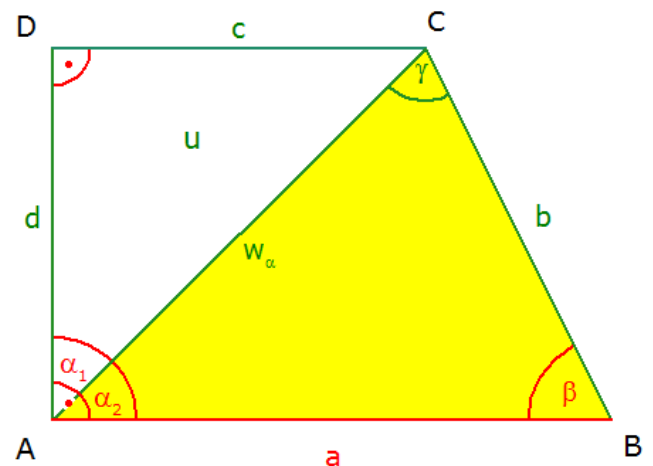
Lösung 1979 1b:

1. Berechnung des Winkels γ :

$$\begin{aligned}
 \alpha_2 + \beta + \gamma &= 180^\circ && \text{Winkelsumme im allgemeinen gelben Teildreieck} \\
 45^\circ + 65^\circ + \gamma &= 180^\circ \\
 110^\circ + \gamma &= 180^\circ && | - 110^\circ \\
 \underline{\gamma = 70^\circ}
 \end{aligned}$$

2. Berechnung der Seite $\overline{BC} = b$:

$$\begin{aligned}
 \frac{b}{\sin \alpha_2} &= \frac{a}{\sin \gamma} && \text{Sinussatz im allgemeinen gelben Teildreieck} \\
 \frac{b}{\sin 45^\circ} &= \frac{6}{\sin 70^\circ} \\
 \frac{b}{0,7071} &= \frac{6}{0,9397} \\
 \frac{b}{0,7071} &= 6,385 && | \cdot 0,7071 \\
 \underline{b = 4,515 \text{ cm}}
 \end{aligned}$$



Lösung 1979 1b:

3. Berechnung der Winkelhalbierenden w_α :

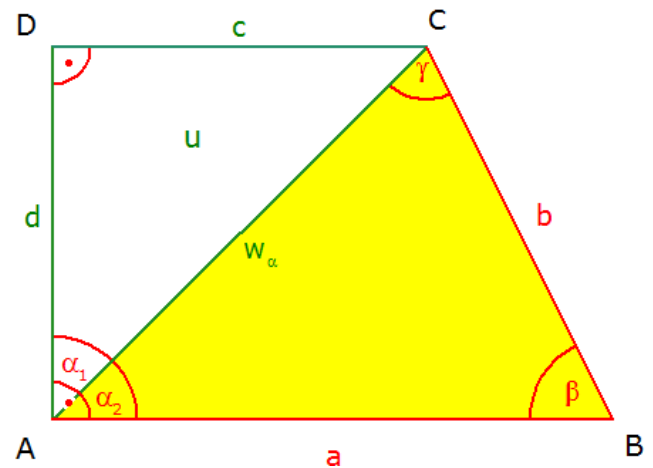
$$\frac{w_\alpha}{\sin \beta} = \frac{b}{\sin \alpha_2} \quad \text{Sinussatz im allgemeinen gelben Teildreieck ABC}$$

$$\frac{w_\alpha}{\sin 65^\circ} = \frac{4,515}{\sin 45^\circ}$$

$$\frac{w_\alpha}{0,9063} = \frac{4,515}{0,7071}$$

$$\frac{w_\alpha}{0,9063} = 6,3852 \quad | \cdot 0,9063$$

$$\underline{w_\alpha = 5,787 \text{ cm}}$$



4. Berechnung der Seite $\overline{CD} = c$:

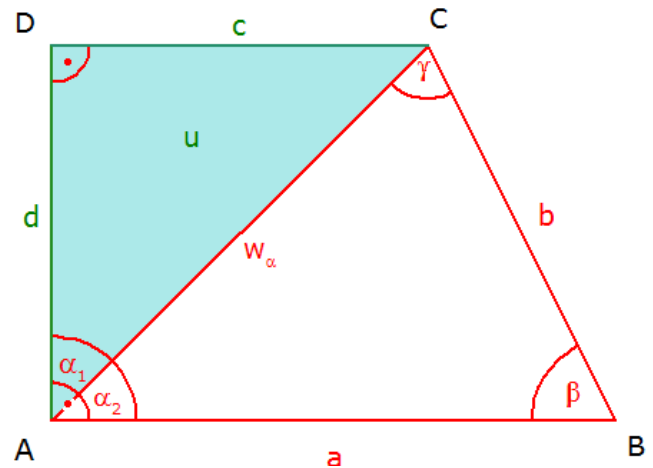
$$\sin \alpha_1 = \frac{\text{Gegenkathete}}{\text{Hypotenuse}} = \frac{c}{w_\alpha} \quad \text{Sinusfunktion im rechtwinkligen hellblauen Teildreieck ACD}$$

$$\sin 45^\circ = \frac{c}{5,787}$$

$$0,7071 = \frac{c}{5,787}$$

$$\frac{c}{5,787} = 0,7071 \quad | \cdot 5,787$$

$$\underline{c = 4,092 \text{ cm}}$$



5. Berechnung der Seite $\overline{AD} = d$:

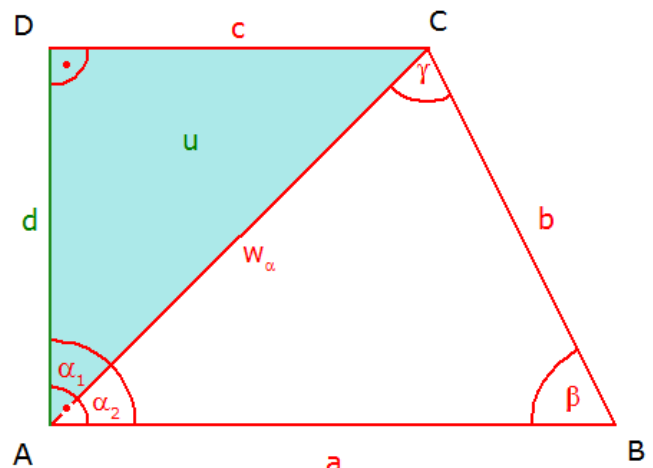
$$\cos \alpha_1 = \frac{\text{Ankathete}}{\text{Hypotenuse}} = \frac{d}{w_\alpha} \quad \text{Kosinusfunktion im rechtwinkligen hellblauen Teildreieck ACD}$$

$$\cos 45^\circ = \frac{d}{5,787}$$

$$0,7071 = \frac{d}{5,787}$$

$$\frac{d}{5,787} = 0,7071 \quad | \cdot 5,787$$

$$\underline{d = 4,092 \text{ cm}}$$



Lösung 1979 1b:

6. Berechnung des Trapezumfangs u:

$$u = a + b + c + d$$

$$u = 6 + 4,515 + 4,092 + 4,092$$

$$\underline{\underline{u = 18,70 \text{ cm}}}$$

