Aufgabe 1978 8c: **3 P**

Eine Kreissehne $\overline{AB} = s$ hat die Länge 1,7976 LE. Zu ihr gehört ein Mittelpunkts-winkel $\gamma = 126^\circ$. Bestimmen Sie den Radius r des Kreises.
Der Mittelpunkt dieses Kreises sei M. ABM bildet ein Dreieck.
Bestimmen Sie die Dreieckshöhe h auf $\overline{AB}$ sowie den Flächeninhalt des Dreiecks.
Stellen Sie eine Formel für den Flächeninhalt des Dreiecks ABM im Bereich $0^\circ < \gamma < 180^\circ$ in Abhängigkeit von γ für $r = 1$ auf.

Lösung 1978 8c:

1. Berechnung des Kreisradius r:

$$\sin\frac{\gamma}{2} = \frac{\text{Gegenkathete}}{\text{Hypotenuse}} = \frac{\frac{s}{2}}{r}$$

Sinusfunktion im rechtwinkligen gelben Teildreieck MAC

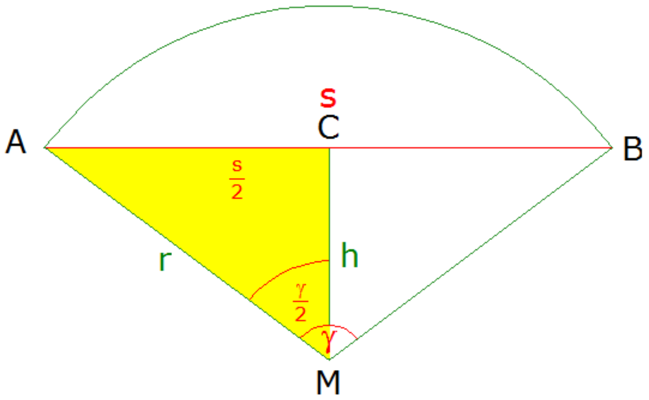
$$\sin\frac{126^\circ}{2} = \frac{\frac{1,7976}{2}}{r}$$

$$\sin 63^\circ = \frac{0,8988}{r}$$

$$0,8910 = \frac{0,8988}{r} \qquad |\cdot r$$

$$r \cdot 0,8910 = 0,8988 \qquad |:0,8910$$

$$\underline{\underline{r = 1\,LE}}$$



2. Berechnung der Dreieckshöhe $\overline{MC} = h$:

$$h^2 + \left(\frac{s}{2}\right)^2 = r^2$$

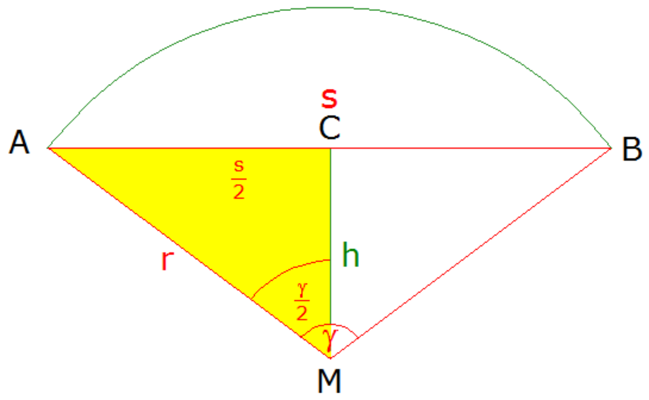
Pythagoras im rechtwinkligen gelben Teildreieck MAC

$$h^2 + 0,8988^2 = 1^2$$

$$h^2 + 0,8078 = 1 \qquad |-0,8078$$

$$h^2 = 0,1922 \qquad |\sqrt{}$$

$$\underline{\underline{h = 0,4384\,LE}}$$

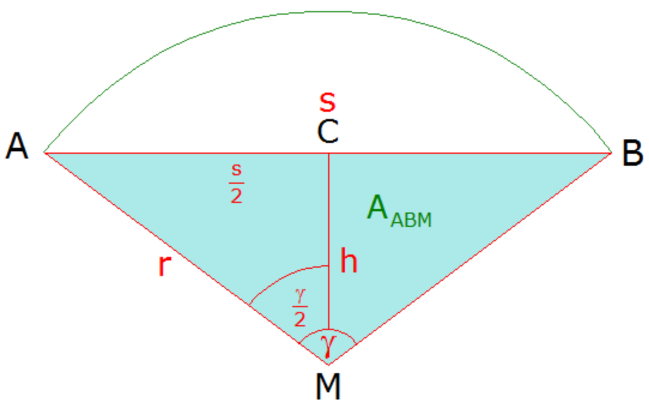


3. Berechnung der Dreiecksfläche A_{ABM}:

$$A_{ABM} = \frac{1}{2}\cdot s \cdot h$$

$$A_{ABM} = \frac{1}{2}\cdot 1,7976 \cdot 0,4384$$

$$\underline{\underline{A_{ABM} = 0,3940\,FE}}$$



Lösung 1978 8c:

4. Formel für den Flächeninhalt der Dreiecksfläche A_{ABM}:

$$\sin\frac{\gamma}{2} = \frac{\text{Gegenkathete}}{\text{Hypotenuse}} = \frac{\frac{s}{2}}{r}$$

Sinusfunktion im rechtwinkligen gelben Teildreieck MAC

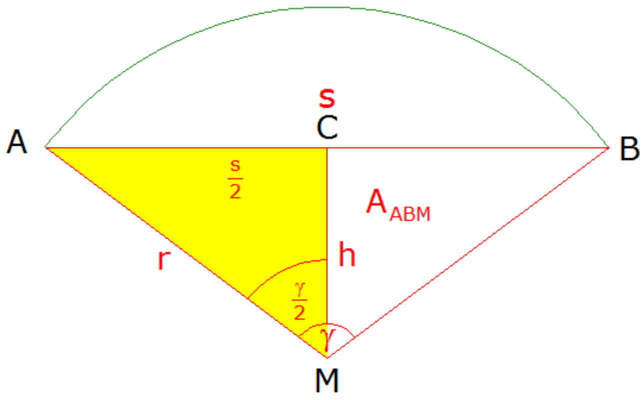
$$\sin\frac{\gamma}{2} = \frac{s}{2r}$$

$$\frac{s}{2r} = \sin\frac{\gamma}{2}$$

$$\underline{s = 2 \cdot r \cdot \sin\frac{\gamma}{2}}$$

$$\cos\frac{\gamma}{2} = \frac{\text{Ankathete}}{\text{Hypotenuse}} = \frac{h}{r}$$

Kosinusfunktion im rechtwinkligen gelben Teildreieck MAC



$$\cos\frac{\gamma}{2} = \frac{h}{r}$$

$$\frac{h}{r} = \cos\frac{\gamma}{2}$$

$$\underline{h = r \cdot \cos\frac{\gamma}{2}}$$

$$A_{ABM} = \frac{1}{2} \cdot s \cdot h$$

$$A_{ABM} = \frac{1}{2} \cdot 2 \cdot r \cdot \sin\frac{\gamma}{2} \cdot r \cdot \cos\frac{\gamma}{2}$$

$$A_{ABM} = r \cdot \sin\frac{\gamma}{2} \cdot r \cdot \cos\frac{\gamma}{2}$$

$r = 1$

$$\underline{\underline{A_{ABM} = \sin\frac{\gamma}{2} \cdot \cos\frac{\gamma}{2}}}$$