Aufgabe 1978 7a: **4 P**

1. Logarithmieren Sie den Term $T = \dfrac{a\sqrt[3]{(a+b)^2}}{\sqrt{b}}$ und berechnen Sie seinen Wert für a = 100 und b = 25.
2. Für welche Basis b gilt $\log_b 9 = 2$?
   Bestimmen Sie x aus $\log_2 \dfrac{1}{8} = x$.
3. Weisen Sie nach, dass $\lg \sqrt[x]{\dfrac{1}{\frac{1}{2}\cdot y^3}} = \dfrac{1}{x}(\lg 2 - 3\lg y)$ gilt.
4. Drücken Sie durch den Logarithmus jeweils eines Termes aus:
   $$\lg T_1 = 2\ \lg a - \frac{1}{4}(\lg a + \lg b)$$
   und
   $$\lg T_2 = \frac{1}{2}\left[0 - (\lg u + 3\ \lg v)\right]$$

Lösung 1978 7a:

1 a. Logarithmierung des Terms:

$$T = \frac{a\sqrt[3]{(a+b)^2}}{\sqrt{b}}$$

$$\lg T = \lg\left(\frac{a\sqrt[3]{(a+b)^2}}{\sqrt{b}}\right) \qquad \lg\left(\frac{a}{b}\right) = \lg a - \lg b$$

$$\lg T = \lg\left(a\cdot\sqrt[3]{(a+b)^2}\right) - \lg\sqrt{b}$$

$$\lg T = \lg\left(a\cdot(a+b)^{\frac{2}{3}}\right) - \lg b^{\frac{1}{2}} \qquad \lg(a\cdot b) = \lg a + \lg b$$

$$\lg T = \lg a + \lg(a+b)^{\frac{2}{3}} - \lg b^{\frac{1}{2}} \qquad \lg(a^n) = n\cdot\lg a$$

$$\underline{\underline{\lg T = \lg a + \frac{2}{3}\lg(a+b) - \frac{1}{2}\lg b}}$$

Lösung 1978 7a:

1 b. Berechnung des Termwertes für a = 100 und b = 25:

$$T = \frac{100 \cdot \sqrt[3]{(100+25)^2}}{\sqrt{25}}$$

$$T = \frac{100 \cdot \sqrt[3]{125^2}}{\sqrt{25}}$$

$$T = \frac{100 \cdot \sqrt[3]{15625}}{\sqrt{25}}$$

$$T = \frac{100 \cdot 25}{5}$$

$$T = 100 \cdot 5$$

$$\underline{\underline{T = 500}}$$

2 a. Berechnung der Basis b:

$$\log_b 9 = 2$$

$$b^2 = 9$$

$$b^2 = 3^2$$

$$\underline{\underline{b = 3}}$$

2 b. Berechnung von x:

$$\log_2 \frac{1}{8} = x$$

$$2^x = \frac{1}{8}$$

$$2^x = \frac{1}{2^3}$$

$$2^x = 2^{-3}$$

$$\underline{\underline{x = -3}}$$

3. Nachweis:

$$\lg \sqrt[x]{\frac{1}{\frac{1}{2} \cdot y^3}}$$

$$\lg \left(\frac{1}{\frac{1}{2} \cdot y^3} \right)^{\frac{1}{x}}$$

$$\lg \left(\frac{2}{y^3} \right)^{\frac{1}{x}}$$

Lösung 1978 7a:

$$\frac{1}{x}\cdot \lg\left(\frac{2}{y^3}\right)$$

$$\frac{1}{x}\cdot \left(\lg 2-\lg y^3\right)$$

$$\underline{\underline{\frac{1}{x}\cdot \left(\lg 2-3\lg y\right)}}$$

4 a. Term T_1:

$$\lg\ T_1 = 2\ \lg\ a-\frac{1}{4}\left(\lg\ a+\lg\ b\right)$$

$$\lg\ T_1 = \lg\ a^2-\frac{1}{4}\left(\lg\ ab\right)$$

$$\lg\ T_1 = \lg\ a^2-\lg\left(ab\right)^{\frac{1}{4}}$$

$$\lg\ T_1 = \lg\frac{a^2}{\left(ab\right)^{\frac{1}{4}}}$$

$$\lg\ T_1 = \lg\frac{a^2}{a^{\frac{1}{4}}b^{\frac{1}{4}}}$$

$$\lg\ T_1 = \lg\frac{a^{\frac{8}{4}}}{a^{\frac{1}{4}}b^{\frac{1}{4}}}$$

$$\underline{\underline{\lg\ T_1 = \lg a^{\frac{7}{4}}b^{-\frac{1}{4}}}}$$

4 b. Term T_2:

$$\lg\ T_2 = \frac{1}{2}\left[0-\left(\lg\ u+3\ \lg\ v\right)\right]$$

$$\lg\ T_2 = \frac{1}{2}\cdot 0-\frac{1}{2}\cdot\left(\lg\ u+3\ \lg\ v\right)$$

$$\lg\ T_2 = -\frac{1}{2}\cdot\left(\lg\ u+3\ \lg\ v\right)$$

$$\lg\ T_2 = \lg\ u^{-\frac{1}{2}}-\frac{3}{2}\lg\ v$$

$$\lg\ T_2 = \lg\frac{u^{-\frac{1}{2}}}{v^{\frac{3}{2}}}$$

$$\underline{\underline{\lg\ T_2 = \lg u^{-\frac{1}{2}}v^{-\frac{3}{2}}}}$$