Aufgabe 1978 6a: **4 P**

Ein quadratisches Prisma mit $a = 5\,cm$ ist $h_1 = 16\,cm$ hoch. Aus diesem Prisma wird eine Pyramide so herausgearbeitet, dass sich das Volumen des Prismas um ein Achtel vermindert.
Berechnen Sie das Volumen V_2 und die Höhe h_2 der Pyramide.
Welche Oberfläche weist das Prisma nach Herausarbeitung der Pyramide auf?

Strategie 1978 6a:

<u>Gegeben:</u>

Quadratisches Prisma

$a = 5\,cm$

$h_1 = 16\,cm$

$V_2 = \frac{1}{8} \cdot V_1$

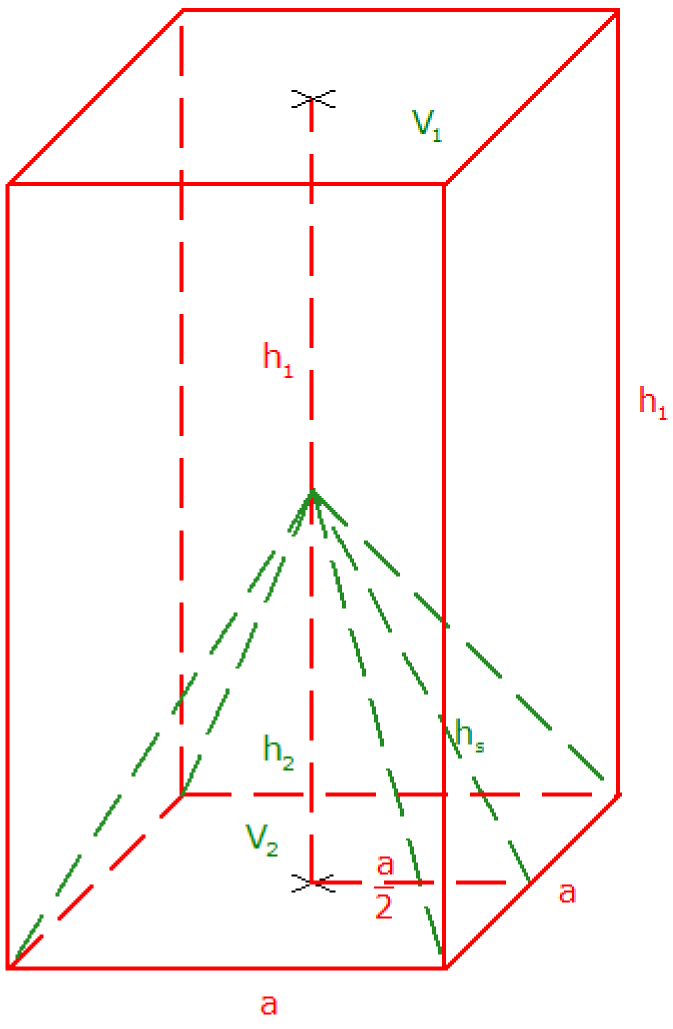
<u>Gesucht:</u>

V_2

h_2

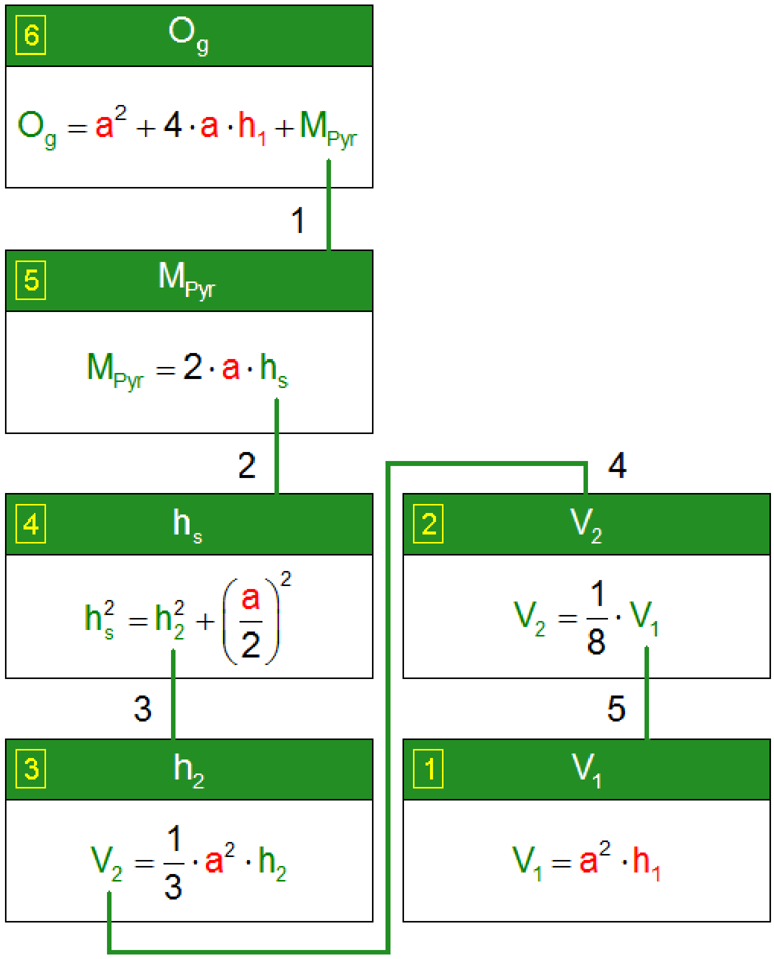
O_g

<u>Skizze:</u>



Strategie 1978 6a:

Struktogramm:



Lösung 1978 6a:

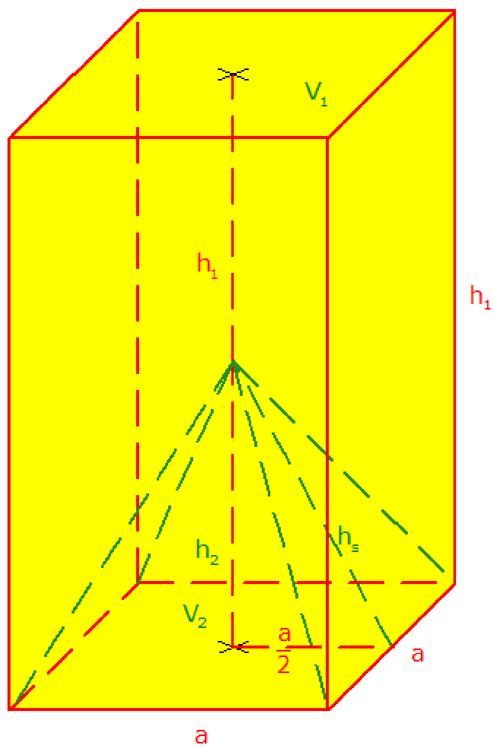
1. Berechnung des Prismavolumens V_1:

$V_1 = a^2 \cdot h_1$

$V_1 = 5^2 \cdot 16$

$V_1 = 25 \cdot 16$

$\underline{V_1 = 400\,cm^3}$



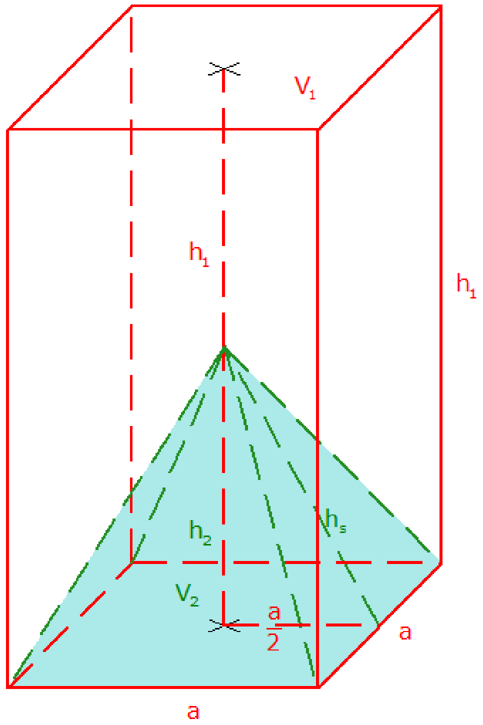
Lösung 1978 6a:

2. Berechnung des Pyramidenvolumens V_2:

$$V_2 = \frac{1}{8} \cdot V_1$$

$$V_2 = \frac{1}{8} \cdot 400$$

$$\underline{\underline{V_2 = 50\,cm^3}}$$



3. Berechnung der Pyramidenhöhe h_2:

$$V_2 = \frac{1}{3} \cdot a^2 \cdot h_2$$ Formel Pyramidenvolumen

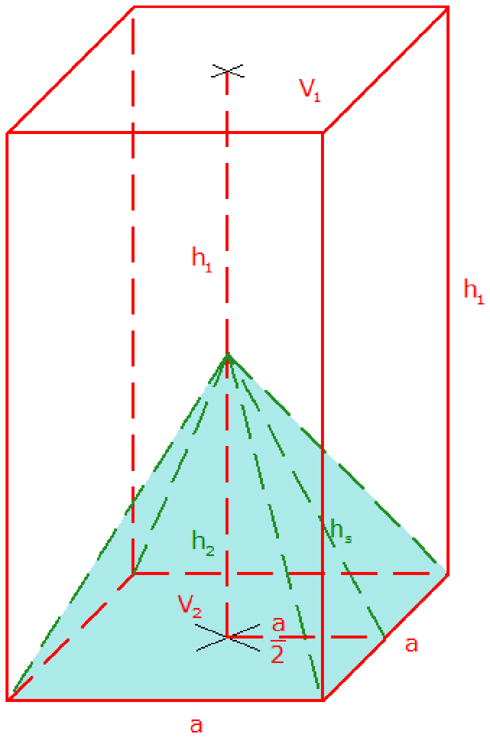
$$50 = \frac{1}{3} \cdot 5^2 \cdot h_2$$

$$50 = \frac{1}{3} \cdot 25 \cdot h_2$$ Seiten tauschen

$$\frac{1}{3} \cdot 25 \cdot h_2 = 50 \quad | \cdot 3$$

$$25 \cdot h_2 = 150 \quad | : 25$$

$$\underline{\underline{h_2 = 6\,cm}}$$



Lösung 1978 6a:

4. Berechnung der Pyramiden-Seitenflächenhöhe h_s:

$h_s^2 = h_2^2 + \left(\frac{a}{2}\right)^2$ Pythagoras im rechtwinkligen grünen Teildreieck

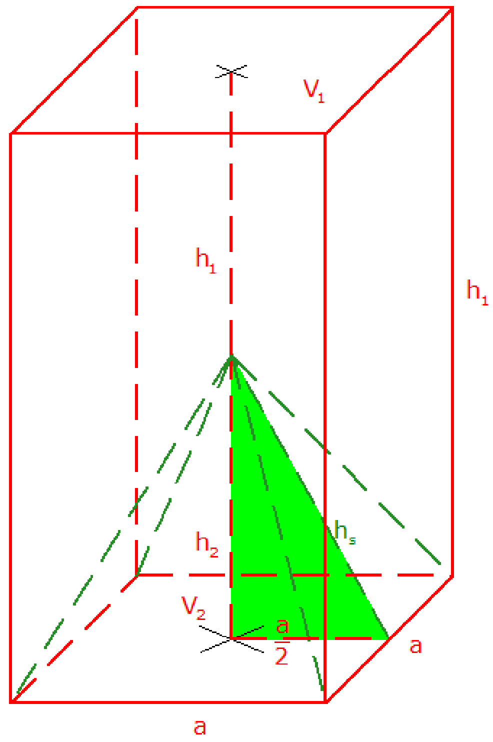
$h_s^2 = 6^2 + \left(\frac{5}{2}\right)^2$

$h_s^2 = 6^2 + 2,5^2$

$h_s^2 = 36 + 6,25$

$h_s^2 = 42,25 \quad | \sqrt{}$

$\underline{h_s = 6,5\,\text{cm}}$

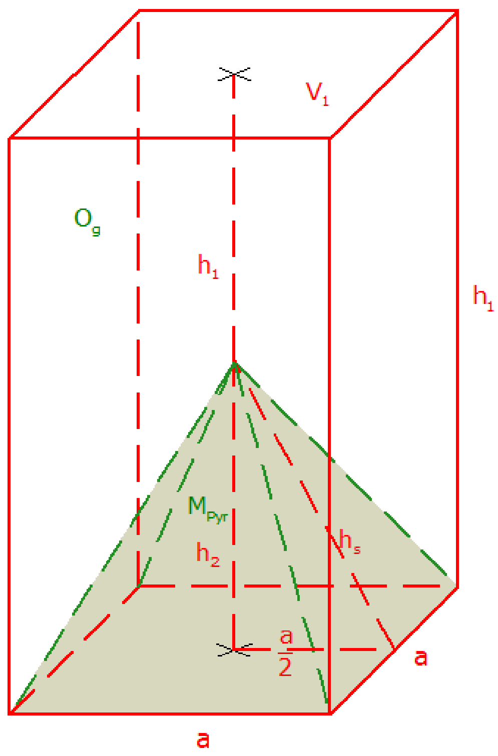


5. Berechnung des Pyramidenmantels M_{Pyr}:

$M_{Pyr} = 2 \cdot a \cdot h_s$

$M_{Pyr} = 2 \cdot 5 \cdot 6,5$

$\underline{M_{Pyr} = 65\,\text{cm}^2}$



Lösung 1978 6a:

6. Berechnung der Gesamtoberfläche O_g:

$$O_g = G + 4 \cdot A_= + M_{Pyr}$$

$$O_g = a^2 + 4 \cdot a \cdot h_1 + 65$$

$$O_g = 5^2 + 4 \cdot 5 \cdot 16 + 65$$

$$O_g = 25 + 360 + 65$$

$$\underline{\underline{O_g = 410\,cm^2}}$$