

Aufgabe 1978 5b:

4 P

Die Figur aus Aufgabe 5a rotiert 1. um die x-Achse und 2. um die y-Achse.
In welchem Verhältnis stehen die Rauminhalte beider Rotationskörper?
(Geben Sie das Verhältnis in der Form $V_x : V_y = 1 : \dots$ an.)

Lösung 1978 5b:

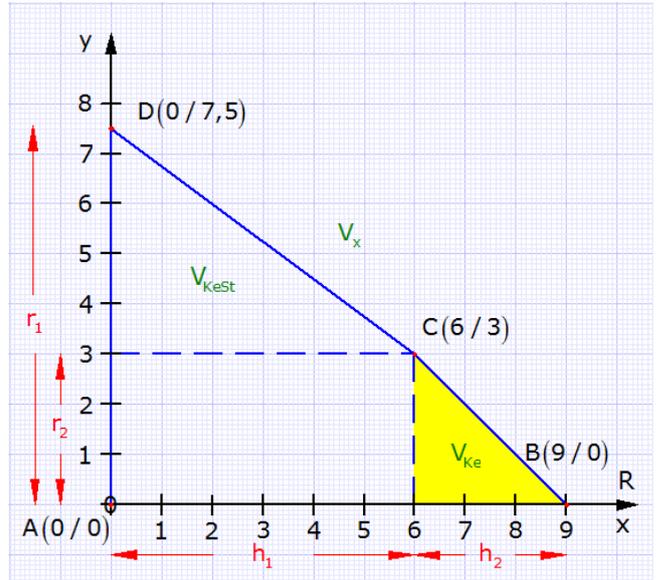
1. Berechnung des Kegelvolumens V_{Ke} :

$$V_{Ke} = \frac{\pi}{3} \cdot r_2^2 \cdot h_2$$

$$V_{Ke} = \frac{\pi}{3} \cdot 3^2 \cdot 3$$

$$V_{Ke} = \frac{\pi}{3} \cdot 9 \cdot 3$$

$$\underline{V_{Ke} = 9\pi \text{ cm}^3}$$



2. Berechnung des Kegelstumpfvolumens V_{KeSt} :

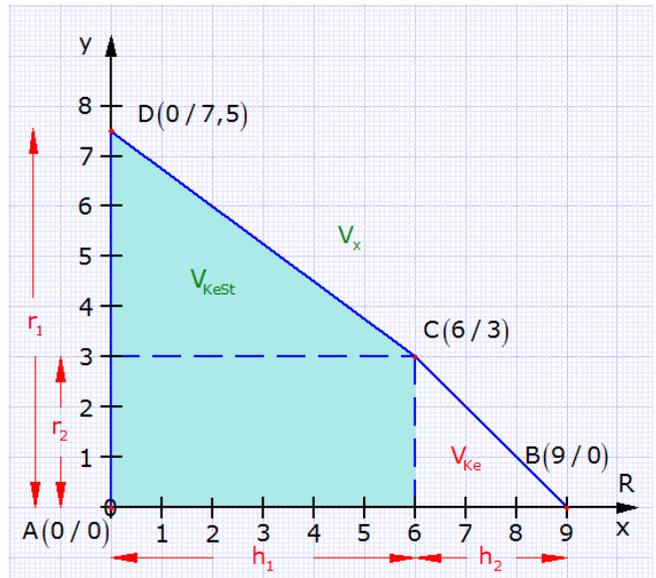
$$V_{KeSt} = \frac{\pi}{3} \cdot h_1 \cdot (r_1^2 + r_1 \cdot r_2 + r_2^2)$$

$$V_{KeSt} = \frac{\pi}{3} \cdot 6 \cdot (7,5^2 + 7,5 \cdot 3 + 3^2)$$

$$V_{KeSt} = 2\pi \cdot (56,25 + 22,5 + 9)$$

$$V_{KeSt} = 2\pi \cdot 87,75$$

$$\underline{V_{KeSt} = 175,5\pi \text{ cm}^3}$$



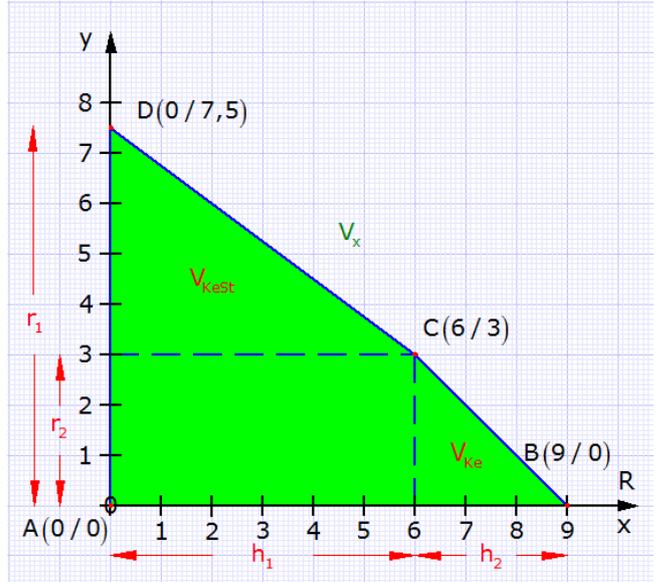
Lösung 1978 5b:

3. Berechnung des Rotationskörpervolumens V_x :

$$V_x = V_{Ke} + V_{KeSt}$$

$$V_x = 9\pi + 175,5\pi$$

$$\underline{V_x = 184,5\pi \text{ cm}^3}$$



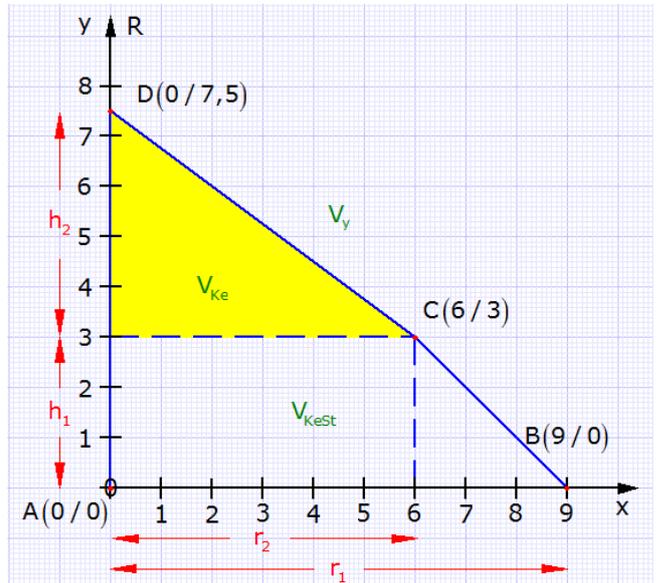
4. Berechnung des Kegelvolumens V_{Ke} :

$$V_{Ke} = \frac{\pi}{3} \cdot r_2^2 \cdot h_2$$

$$V_{Ke} = \frac{\pi}{3} \cdot 6^2 \cdot 4,5$$

$$V_{Ke} = \frac{\pi}{3} \cdot 36 \cdot 4,5$$

$$\underline{V_{Ke} = 54\pi \text{ cm}^3}$$



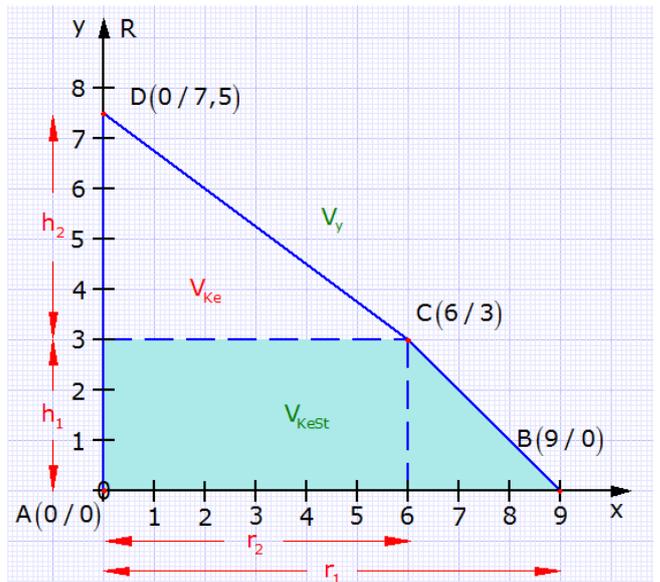
5. Berechnung des Kegelstumpfvolumens V_{KeSt} :

$$V_{KeSt} = \frac{\pi}{3} \cdot h_1 \cdot (r_1^2 + r_1 \cdot r_2 + r_2^2)$$

$$V_{KeSt} = \frac{\pi}{3} \cdot 3 \cdot (9^2 + 9 \cdot 6 + 6^2)$$

$$V_{KeSt} = \pi \cdot (81 + 54 + 36)$$

$$\underline{V_{KeSt} = 171\pi \text{ cm}^3}$$



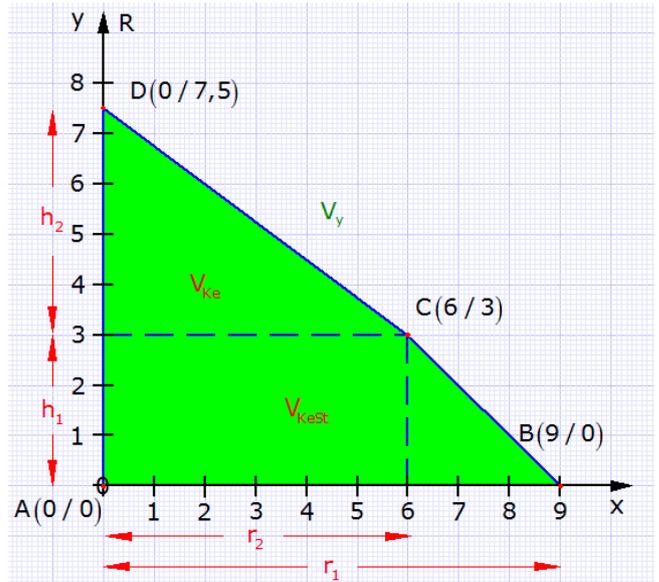
Lösung 1978 5b:

6. Berechnung des Rotationskörpervolumens V_y :

$$V_y = V_{ke} + V_{kest}$$

$$V_y = 54\pi + 171\pi$$

$$\underline{V_y = 225\pi \text{ cm}^3}$$



7. Berechnung des Volumenverhältnisses:

$$V_x : V_y = 184,5\pi : 225\pi$$

$$V_x : V_y = 184,5 : 225$$

$$\underline{\underline{V_x : V_y = 1 : 1,22}}$$