Aufgabe 1978 5a: **4 P**

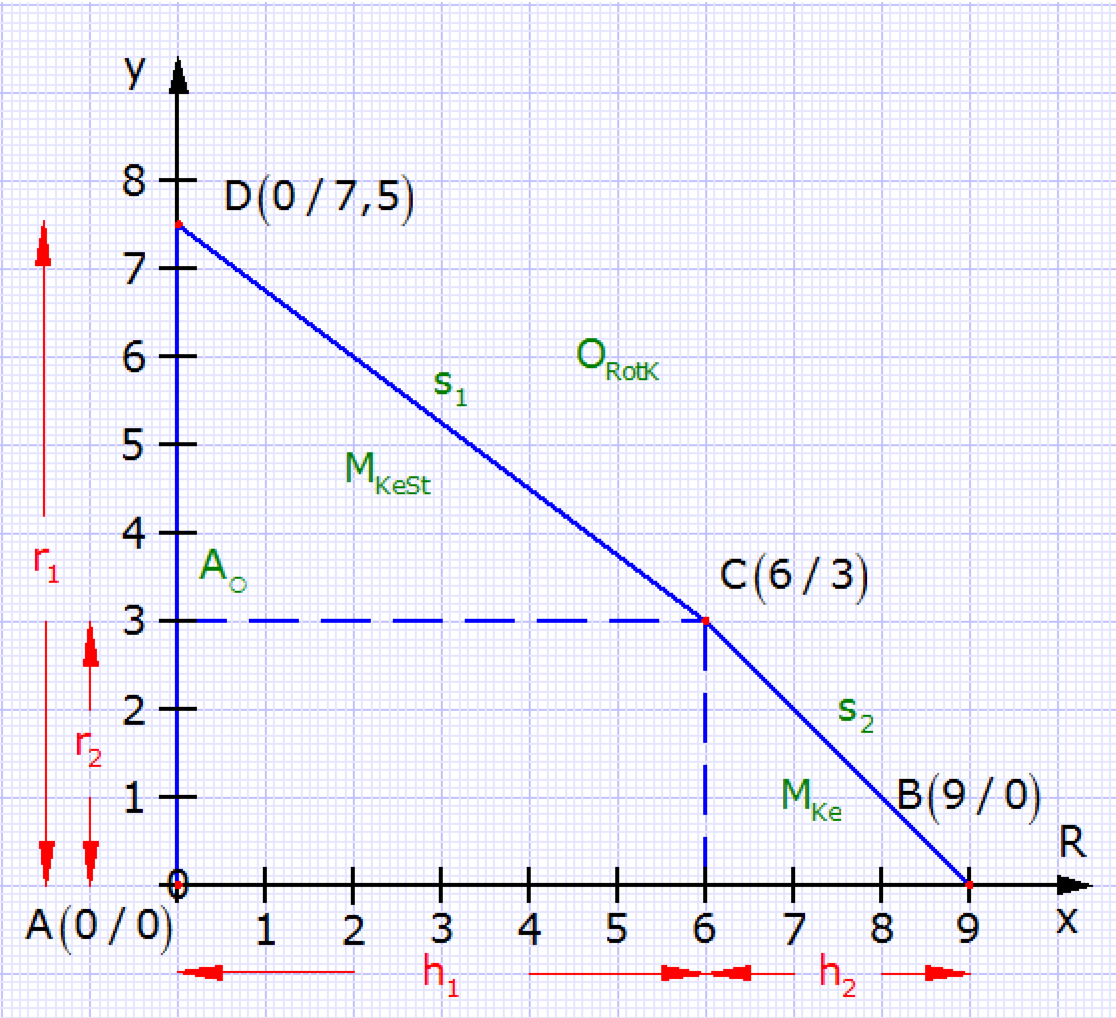
In einem rechtwinkligen Koordinatensystem (Längeneinheit 1 cm) ist ein Viereck ABCD durch $A(0|0)$, $B(9|0)$, $C(6|3)$ und $D(0|7,5)$ gegeben.
Die Figur rotiert um die x-Achse.
Berechnen Sie die Oberfläche des entstehenden Rotationskörpers.

Strategie 1978 5a:

Gegeben:
Rotationskörper
$r_1 = 7,5\,cm$
$r_2 = 3\,cm$
$h_1 = 6\,cm$
$h_2 = 3\,cm$

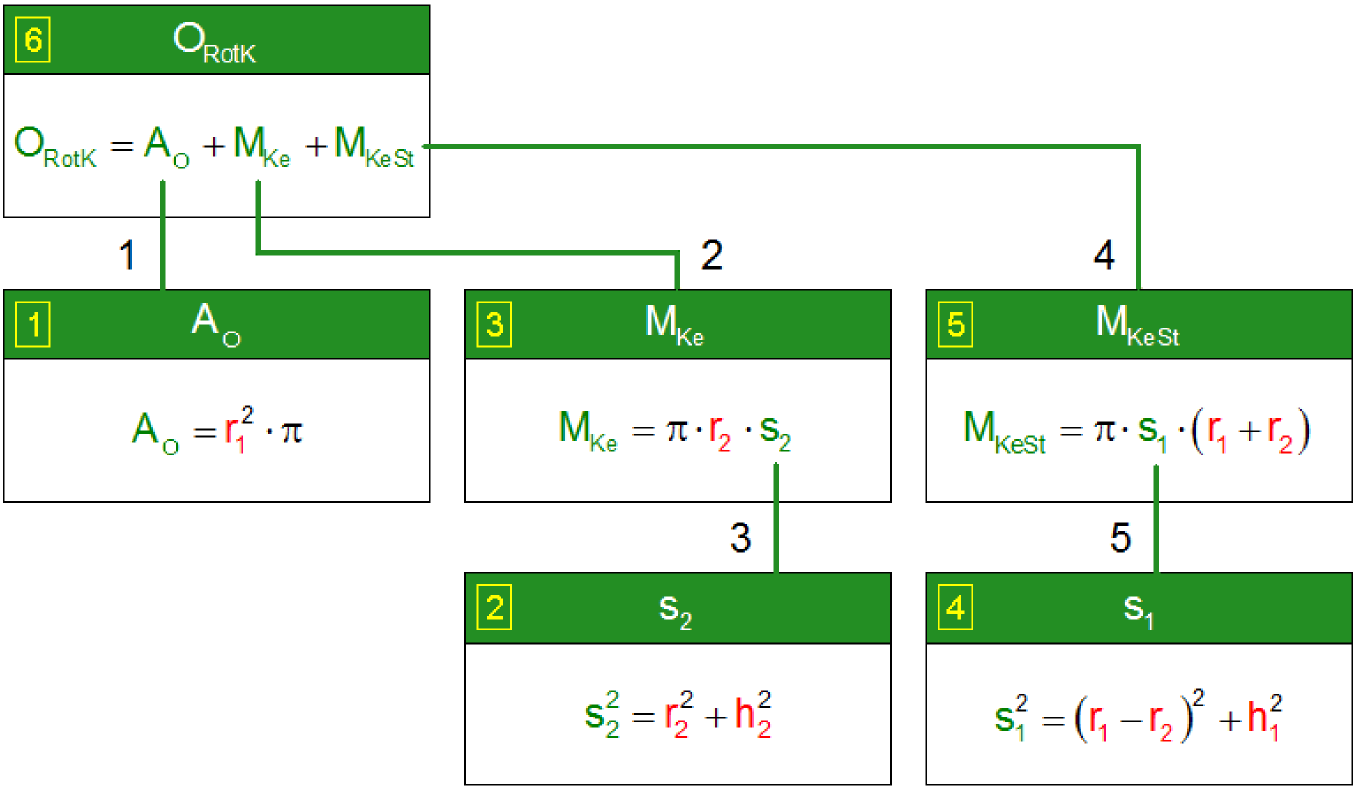
Gesucht:
O_{RotK}

Skizze:



Strategie 1978 5a:

Struktogramm:



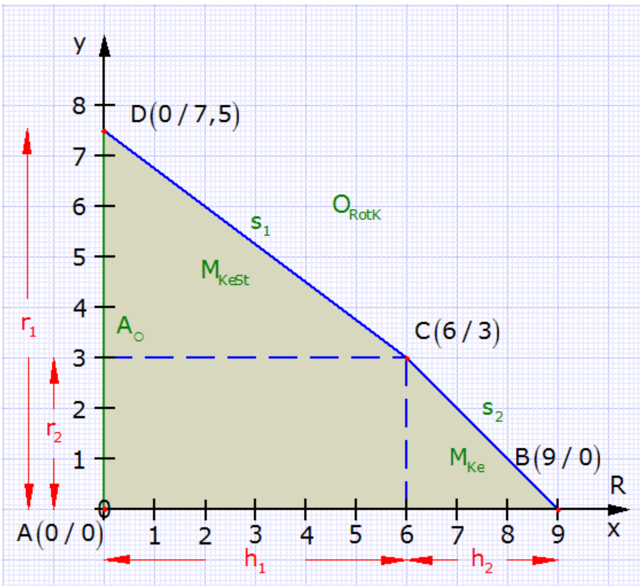
Lösung 1978 5a:

1. Berechnung der Grundfläche A_O:

$A_O = r_1^2 \cdot \pi$ Formel Kreisfläche

$A_O = 7,5^2 \cdot \pi$

$\underline{A_O = 56,25\pi\ cm^2}$



Lösung 1978 5a:

2. Berechnung der Kegelseitenkante s_2:

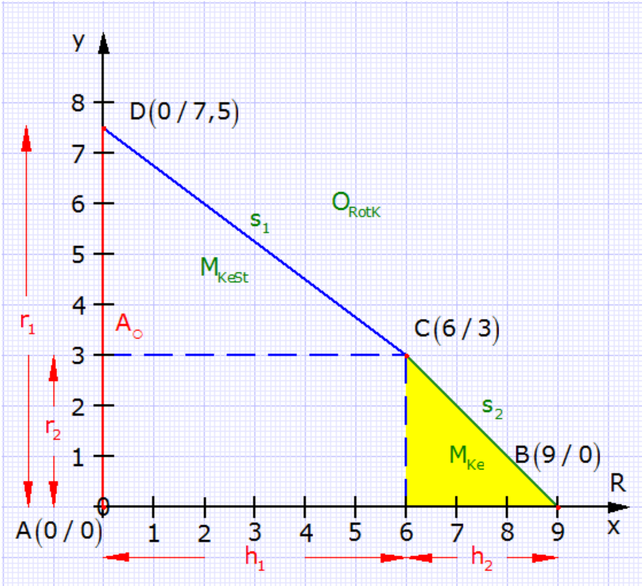
$s_2^2 = r_2^2 + h_2^2$ Pythagoras im rechtwinkligen gelben Teildreieck

$s_2^2 = 3^2 + 3^2$

$s_2^2 = 9 + 9$

$s_2^2 = 18 \quad | \sqrt{\ }$

$\underline{s_2 = 4,243\,\text{cm}}$

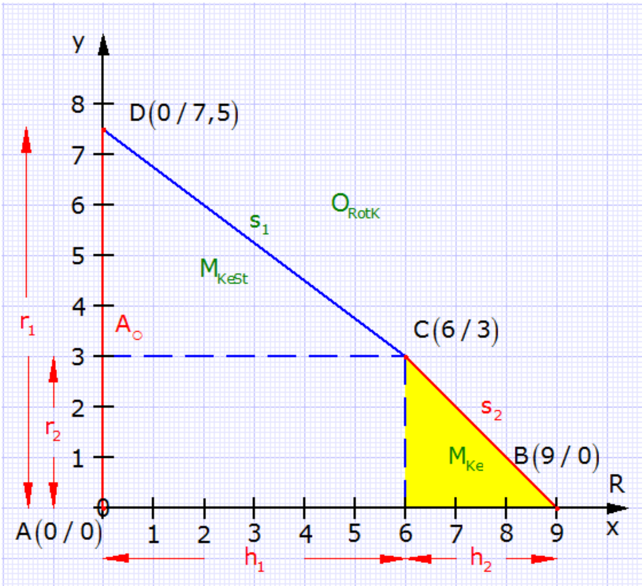


3. Berechnung des Kegelmantels M_{Ke}:

$M_{Ke} = \pi \cdot r_2 \cdot s_2$

$M_{Ke} = \pi \cdot 3 \cdot 4,243$

$\underline{M_{Ke} = 12,729\pi\,\text{cm}^2}$



4. Berechnung der Kegelstumpf-Seitenkante s_1:

$s_1^2 = (r_1 - r_2)^2 + h_1^2$ Pythagoras im rechtwinkligen hellblauen Teildreieck

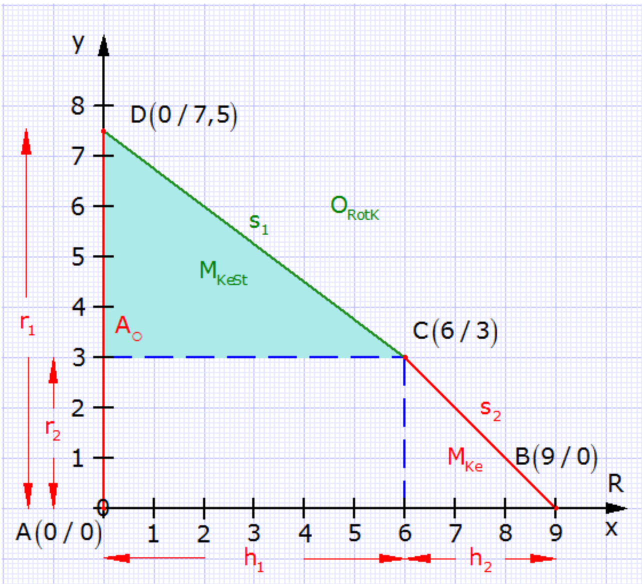
$s_1^2 = (7,5 - 3)^2 + 6^2$

$s_1^2 = 4,5^2 + 6^2$

$s_1^2 = 20,25 + 36$

$s_1^2 = 56,25 \quad | \sqrt{\ }$

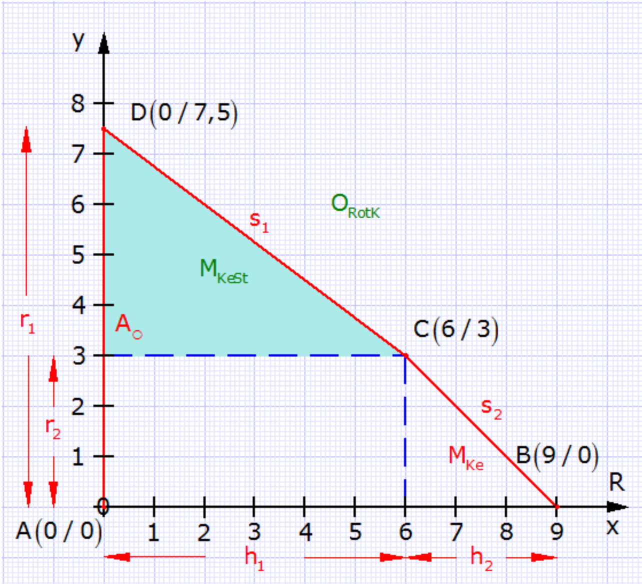
$\underline{s_1 = 7,5\,\text{cm}}$



Lösung 1978 5a:

5. Berechnung des Kegelstumpfmantels M_{KeSt}:

$$M_{KeSt} = \pi \cdot s_1 \cdot (r_1 + r_2)$$
$$M_{KeSt} = \pi \cdot 7{,}5 \cdot (7{,}5 + 3)$$
$$M_{KeSt} = \pi \cdot 7{,}5 \cdot 10{,}5$$
$$\underline{M_{KeSt} = 78{,}75\pi\,cm^2}$$



6. Berechnung der Rotationskörperoberfläche O_{RotK}:

$$O_{RotK} = A_○ + M_{Ke} + M_{KeSt}$$
$$O_{RotK} = 56{,}25\pi + 12{,}729\pi + 78{,}75\pi$$
$$O_{RotK} = 147{,}729\pi$$
$$\underline{\underline{O_{RotK} = 464{,}1cm^2}}$$