

**Aufgabe 1978 3c:**

**3 P**

Gegeben ist ein gleichschenkliges Trapez ABCD mit  $\overline{AB} = 2e$ ,  $\overline{CD} = e$  und dem Winkel  $\angle DAB = \alpha$ . Leiten Sie Formeln zur Berechnung von Inhalt und Umfang des Trapezes in Abhängigkeit von  $e$  und  $\alpha$  her.

Welchen Wert nimmt  $e$  an, wenn die Fläche des Trapezes  $12,25 \text{ cm}^2$  und der Winkel  $\alpha = 53,1^\circ$  betragen?

**Strategie 1978 3c:**

**Gegeben:**

Gleichschenkliges Trapez

$$\overline{AB} = 2e$$

$$\overline{CD} = e$$

$$\angle DAB = \alpha$$

$$A = 12,25 \text{ cm}^2$$

$$\alpha = 53,1^\circ$$

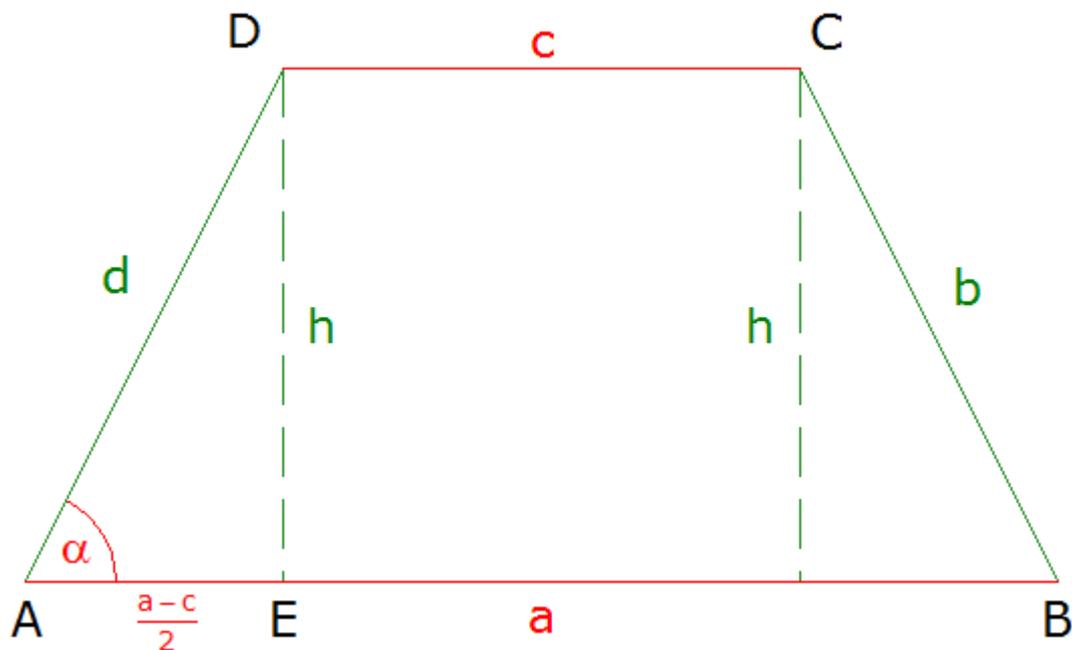
**Gesucht:**

A

u

e

**Skizze:**



### Lösung 1978 3c:

#### 1. Berechnung der Trapezhöhe h:

$$\tan \alpha = \frac{\text{Gegenkathete}}{\text{Ankathete}} = \frac{h}{\frac{a-c}{2}}$$

Tangensfunktion im rechtwinkligen gelben Teildreieck AED

$$\tan \alpha = \frac{h}{\frac{2e-e}{2}}$$

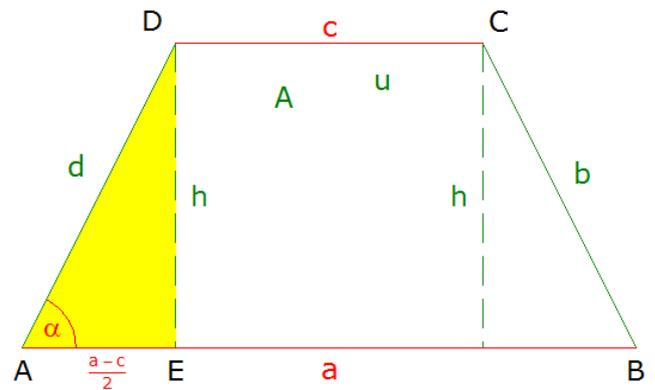
$$\tan \alpha = \frac{h}{\frac{e}{2}}$$

Seiten tauschen

$$\frac{h}{\frac{e}{2}} = \tan \alpha$$

$$\left| \cdot \frac{e}{2} \right.$$

$$h = \frac{e}{2} \cdot \tan \alpha$$



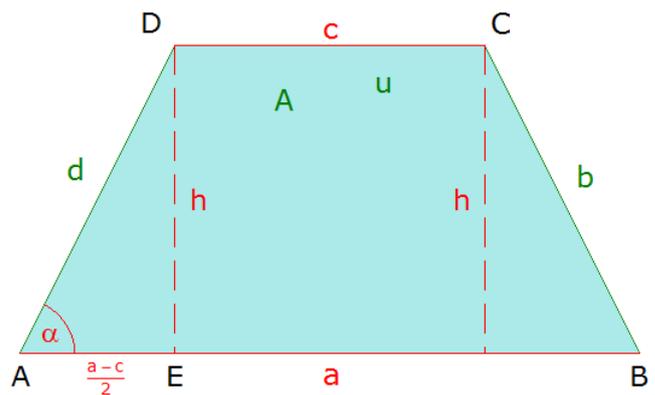
#### 2. Berechnung der Trapezfläche A:

$$A = \frac{a+c}{2} \cdot h$$

$$A = \frac{2e+e}{2} \cdot \frac{e}{2} \cdot \tan \alpha$$

$$A = \frac{3e}{2} \cdot \frac{e}{2} \cdot \tan \alpha$$

$$A = \frac{3}{4} e^2 \cdot \tan \alpha$$



#### 3. Berechnung der Trapezseite b = d:

$$\cos \alpha = \frac{\text{Ankathete}}{\text{Hypotenuse}} = \frac{\frac{a-c}{2}}{d}$$

Kosinusfunktion im rechtwinkligen gelben Teildreieck AED

$$\cos \alpha = \frac{\frac{2e-e}{2}}{d}$$

$$\cos \alpha = \frac{\frac{e}{2}}{d}$$

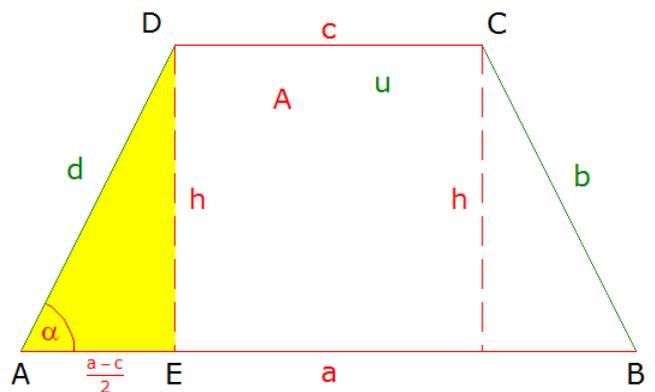
$$\left| \cdot d \right.$$

$$d \cdot \cos \alpha = \frac{e}{2}$$

$$\left| : \cos \alpha \right.$$

$$d = \frac{\frac{e}{2}}{\cos \alpha}$$

$$d = \frac{e}{2} \cdot \frac{1}{\cos \alpha}$$



**Lösung 1978 3c:**

$$d = \frac{e}{2 \cdot \cos \alpha}$$

$$b = \frac{e}{2 \cdot \cos \alpha}$$

**4. Berechnung des Umfangs u:**

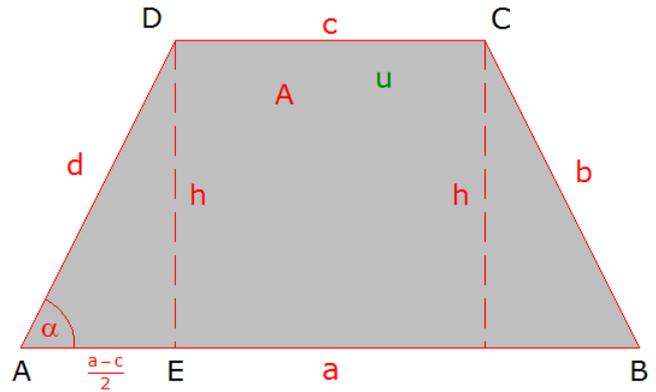
$$u = a + 2 \cdot b + c$$

$$u = 2e + 2 \cdot \frac{e}{2 \cdot \cos \alpha} + e$$

$$u = 3e + \frac{e}{\cos \alpha}$$

$$u = 3e + e \cdot \frac{1}{\cos \alpha}$$

$$u = e \cdot \left( 3 + \frac{1}{\cos \alpha} \right)$$



**5. Berechnung von e für  $A = 12,25 \text{ cm}^2$  ;  $\alpha = 53,1^\circ$ :**

$$A = \frac{3}{4} e^2 \cdot \tan \alpha$$

$$12,25 = \frac{3}{4} e^2 \cdot \tan 53,1^\circ$$

$$12,25 = \frac{3}{4} e^2 \cdot 1,3319 \quad \text{Seiten tauschen}$$

$$\frac{3}{4} e^2 \cdot 1,3319 = 12,25 \quad \left| \cdot \frac{4}{3} \right.$$

$$e^2 \cdot 1,3319 = 16,333 \quad \left| : 1,3319 \right.$$

$$e^2 = 12,263 \quad \left| \sqrt{\quad} \right.$$

$$e = \underline{\underline{3,502 \text{ cm}}}$$