

Aufgabe 1978 3b:

4 P

Über der Seite $\overline{CD} = c$ eines gleichschenkligen Trapezes ABCD mit $\overline{AB} = a = 14,4 \text{ cm}$, $\overline{BC} = \overline{DA} = b = 5,8 \text{ cm}$ und dem Winkel $\angle ABC = \beta = 43,6^\circ$ ist ein Kreisbogen gezeichnet mit $\overline{CD} = c$ als Sehne. Der Mittelpunkt des dazugehörigen Kreises liegt im Mittelpunkt M der Seite a.

Berechnen Sie den Radius des Kreisbogens und den Umfang der Gesamtfigur.

Strategie 1978 3b:

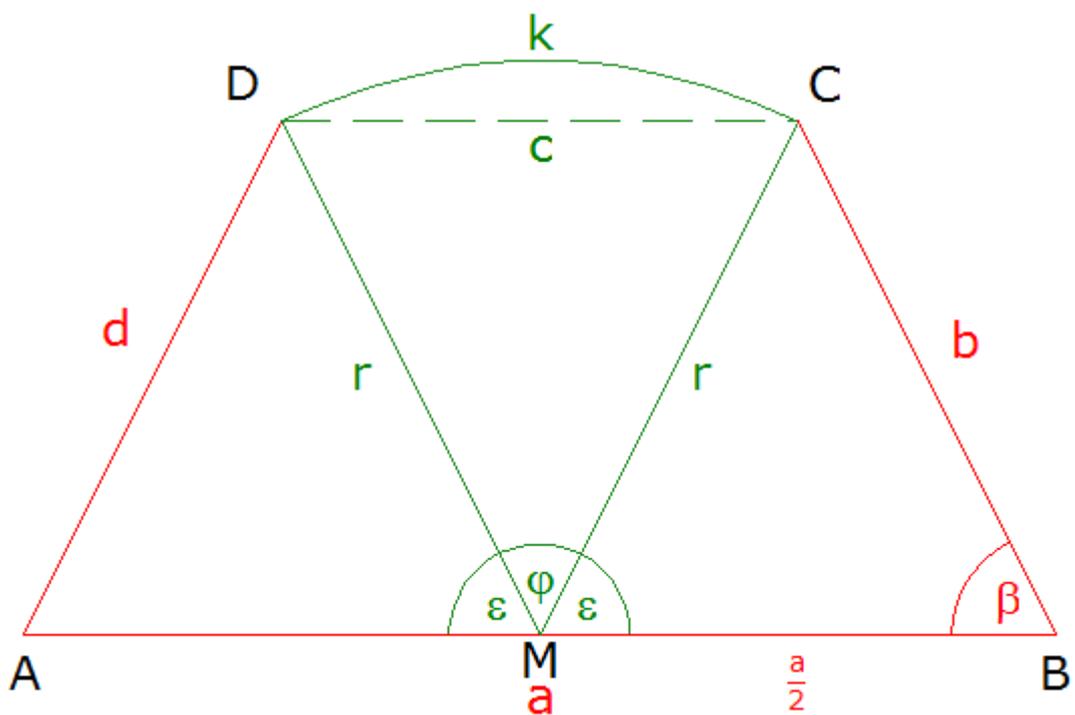
Gegeben:

Gleichschenkliges Trapez
 $\overline{AB} = a = 14,4 \text{ cm}$
 $\overline{BC} = \overline{DA} = b = 5,8 \text{ cm}$
 $\angle ABC = \beta = 43,6^\circ$

Gesucht:

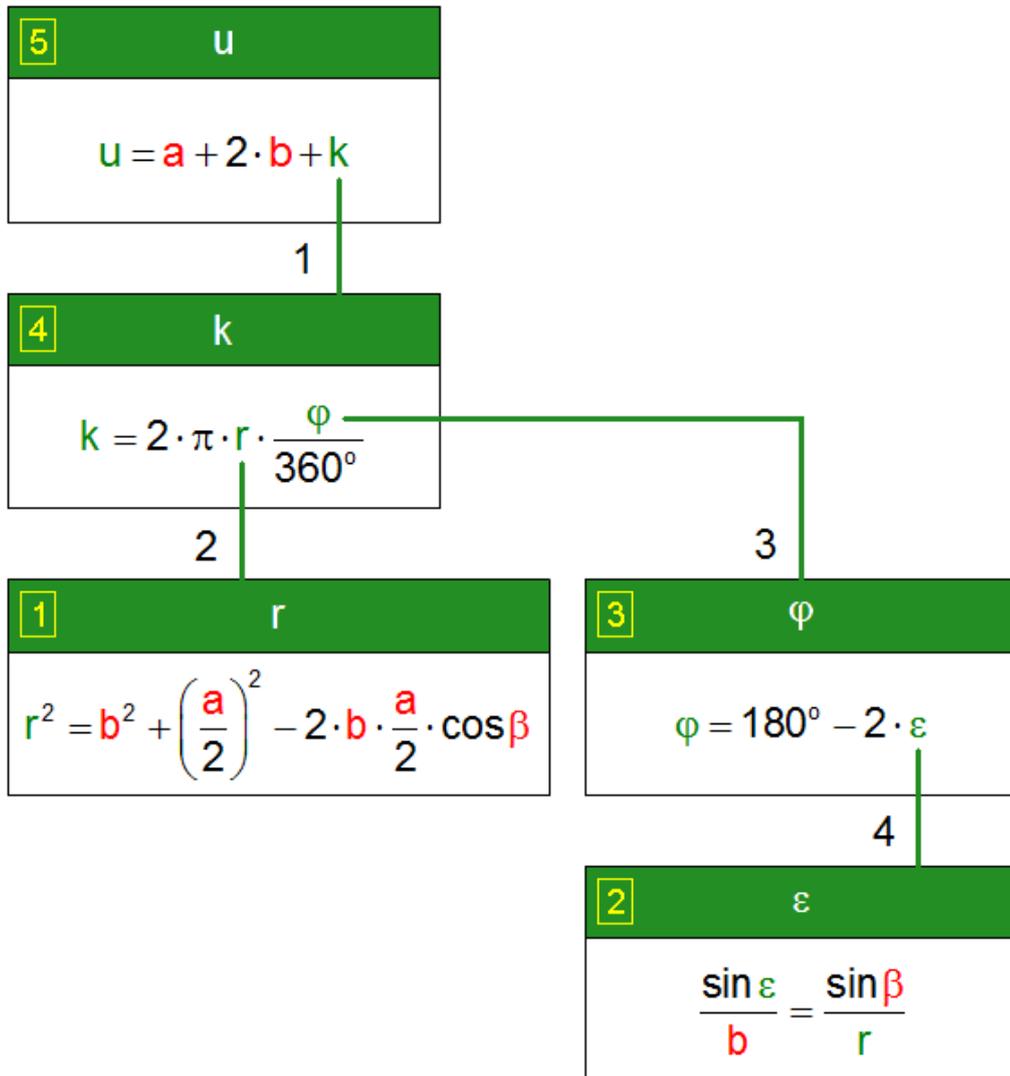
r
u

Skizze:



Strategie 1978 3b:

Struktogramm:



Lösung 1978 3b:

1. Berechnung des Kreisbogenradius r:

$$r^2 = b^2 + \left(\frac{a}{2}\right)^2 - 2 \cdot b \cdot \frac{a}{2} \cdot \cos \beta$$

$$r^2 = 5,8^2 + \left(\frac{14,4}{2}\right)^2 - 2 \cdot 5,8 \cdot \frac{14,4}{2} \cdot \cos 43,6^\circ$$

$$r^2 = 5,8^2 + 7,2^2 - 2 \cdot 5,8 \cdot 7,2 \cdot \cos 43,6^\circ$$

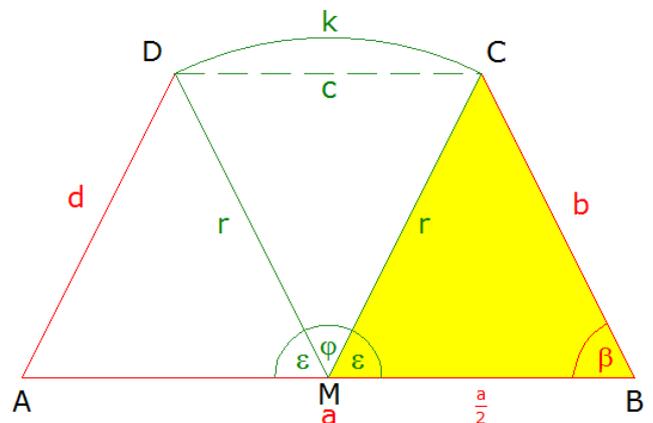
$$r^2 = 33,64 + 51,84 - 83,52 \cdot 0,7242$$

$$r^2 = 33,64 + 51,84 - 60,48$$

$$r^2 = 25$$

$$\underline{\underline{r = 5\text{ cm}}}$$

Kosinussatz im
allgemeinen
gelben
Teildreieck MBC



Lösung 1978 3b:

2. Berechnung des Winkels ε :

$$\frac{\sin \varepsilon}{b} = \frac{\sin \beta}{r}$$

Sinussatz im
allgemeinen
gelben
Teildreieck

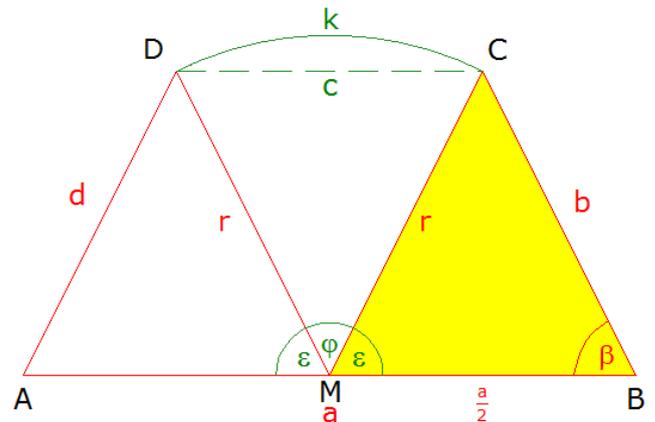
$$\frac{\sin \varepsilon}{5,8} = \frac{\sin 43,6^\circ}{5}$$

$$\frac{\sin \varepsilon}{5,8} = \frac{0,6896}{5}$$

$$\frac{\sin \varepsilon}{5,8} = 0,1379 \quad | \cdot 5,8$$

$$\sin \varepsilon = 0,7999$$

$$\varepsilon = 53,1^\circ$$



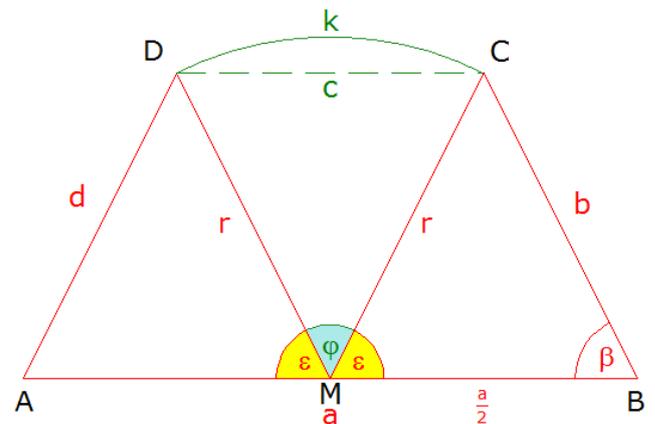
3. Berechnung des Winkels φ :

$$\varphi = 180^\circ - 2 \cdot \varepsilon \quad \text{Winkelsumme}$$

$$\varphi = 180^\circ - 2 \cdot 53,1^\circ$$

$$\varphi = 180^\circ - 106,2^\circ$$

$$\varphi = 73,8^\circ$$



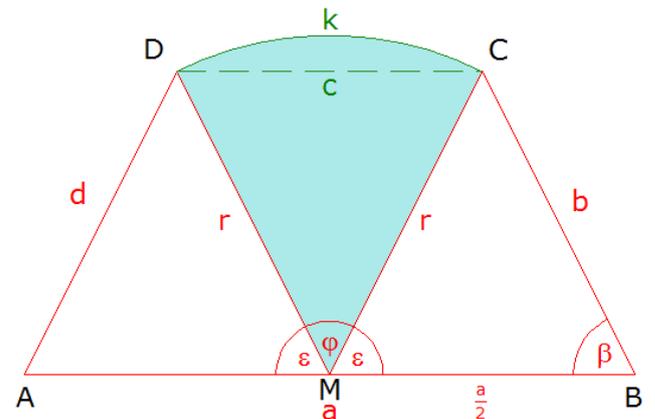
4. Berechnung des Kreisbogens k :

$$k = 2 \cdot \pi \cdot r \cdot \frac{\varphi}{360^\circ}$$

$$k = 2 \cdot \pi \cdot 5 \cdot \frac{73,8^\circ}{360^\circ}$$

$$k = 10 \cdot \pi \cdot 0,205$$

$$k = 6,44 \text{ cm}$$



5. Berechnung des Umfangs u :

$$u = a + 2 \cdot b + k$$

$$u = 14,4 + 2 \cdot 5,8 + 6,44$$

$$u = 14,4 + 11,6 + 6,44$$

$$u = 32,44 \text{ cm}$$

