

Aufgabe 1978 3a:

4 P

Von einem gleichschenkligen Trapez ABCD sind die Grundseite $\overline{AB} = a = 10,5 \text{ cm}$, die Diagonale $\overline{AC} = e = 10 \text{ cm}$ und der Winkel $\angle BCA = \gamma_1 = 75,8^\circ$ bekannt. Berechnen Sie den Winkel $\angle ABC = \beta$, die Höhe und die fehlenden Seiten des Trapezes.

Strategie 1978 3a:

Gegeben:

Gleichschenkliges Trapez

$$\overline{AB} = a = 10,5 \text{ cm}$$

$$\overline{AC} = e = 10 \text{ cm}$$

$$\angle BCA = \gamma_1 = 75,8^\circ$$

Gesucht:

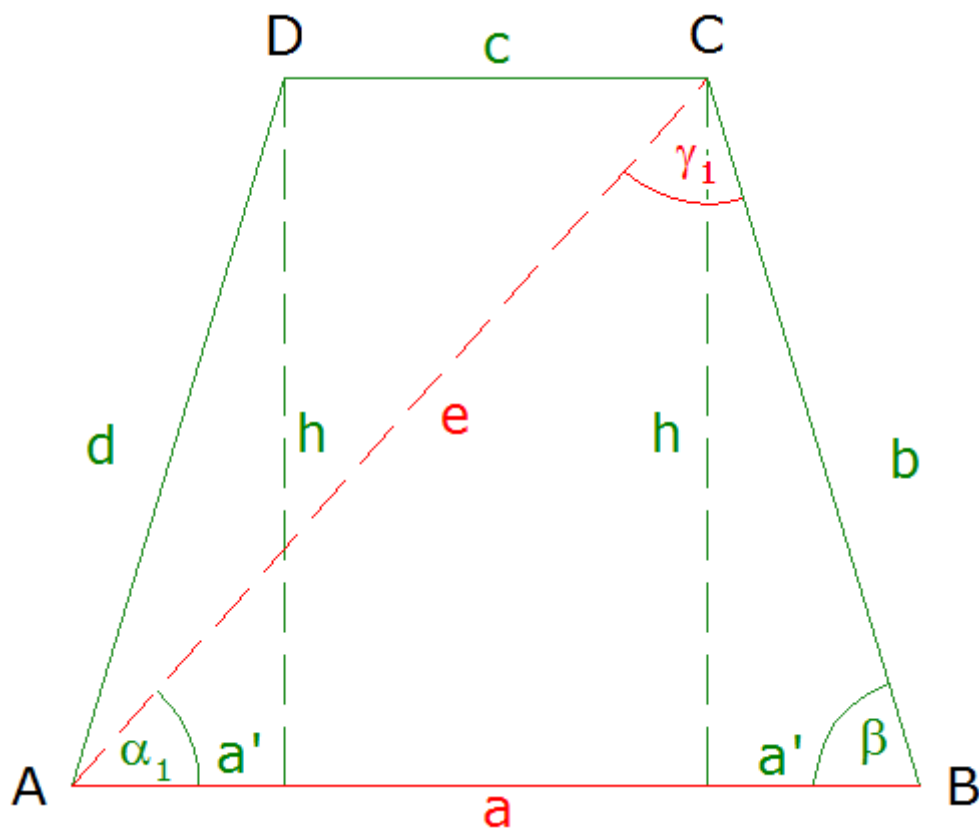
$$\beta$$

$$h$$

$$b = d$$

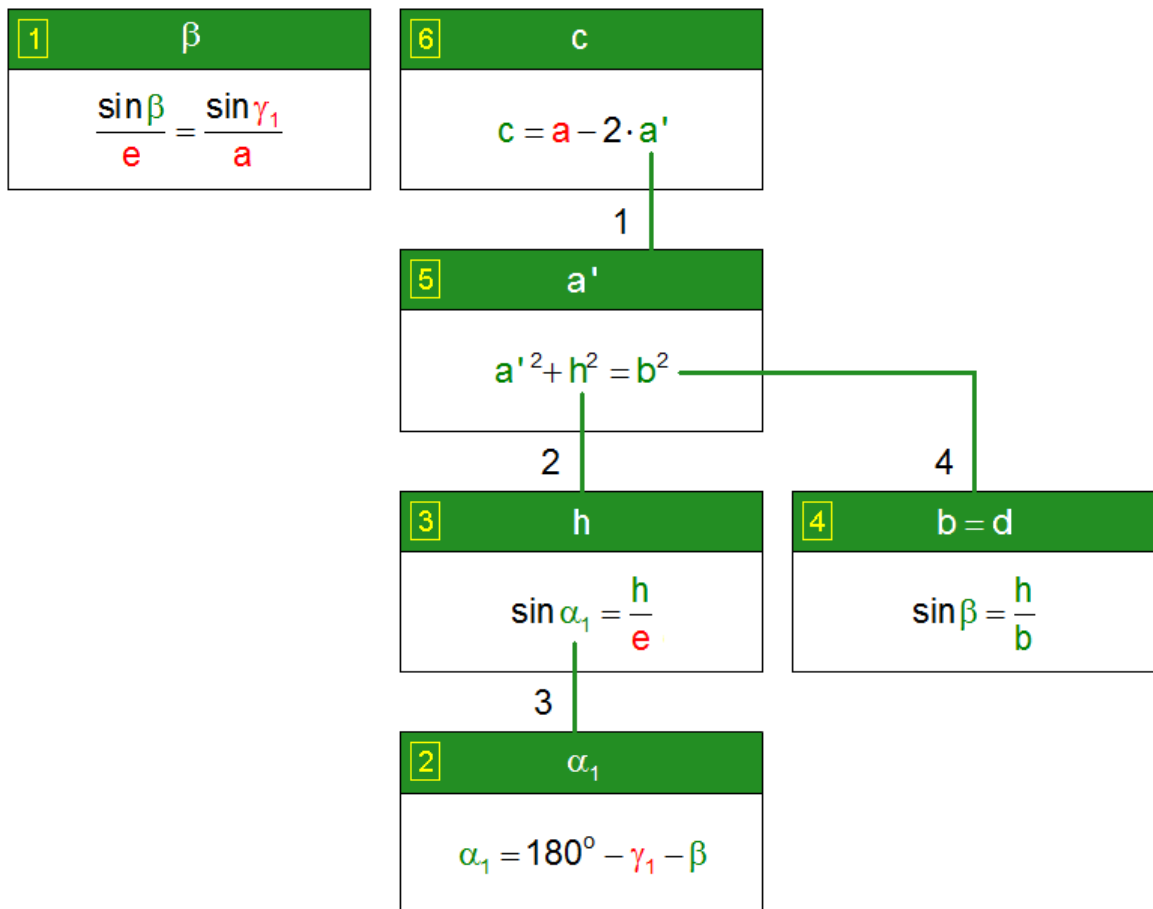
$$c$$

Skizze:



Strategie 1978 3a:

Struktogramm:



Lösung 1978 3a:

1. Berechnung des Winkels β :

$$\frac{\sin \beta}{e} = \frac{\sin \gamma_1}{a} \quad \begin{array}{l} \text{Sinussatz im} \\ \text{allgemeinen} \\ \text{gelben} \end{array}$$

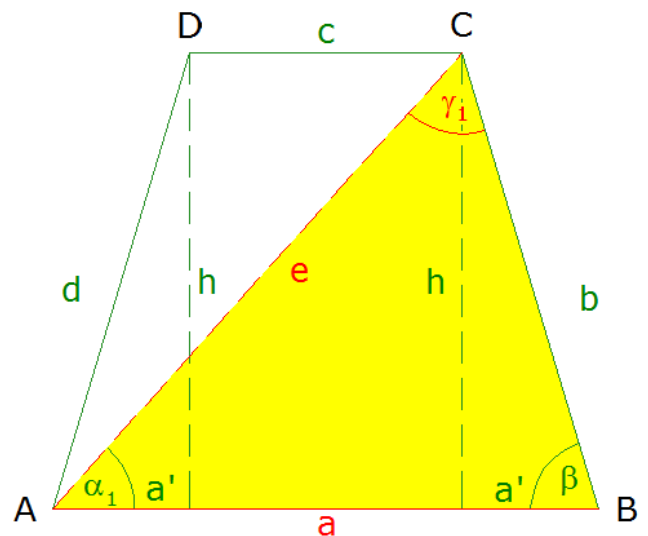
$$\frac{\sin \beta}{10} = \frac{\sin 75,8^\circ}{10,5} \quad \text{Teildreieck}$$

$$\frac{\sin \beta}{10} = \frac{0,9694}{10,5}$$

$$\frac{\sin \beta}{10} = 0,0923 \quad | \cdot 10$$

$$\sin \beta = 0,9233$$

$$\underline{\underline{\beta = 67,4^\circ}}$$



Lösung 1978 3a:

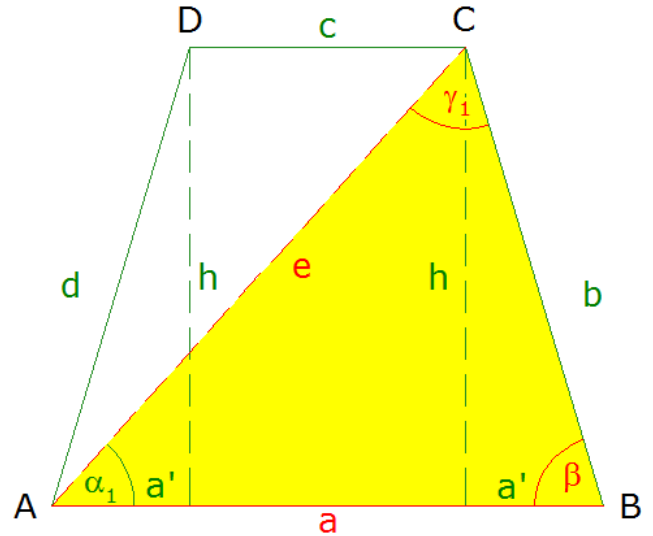
2. Berechnung des Winkels α_1 :

$$\alpha_1 = 180^\circ - \gamma_1 - \beta$$

Winkelsumme im
gelben Teildreieck

$$\alpha_1 = 180^\circ - 75,8^\circ - 67,4^\circ$$

$$\alpha_1 = 36,8^\circ$$



3. Berechnung der Trapezhöhe h:

$$\sin \alpha_1 = \frac{\text{Gegenkathete}}{\text{Hypotenuse}} = \frac{h}{e}$$

Sinusfunktion im
rechtwinkligen
hellblauen
Teildreieck

$$\sin 36,8^\circ = \frac{h}{10}$$

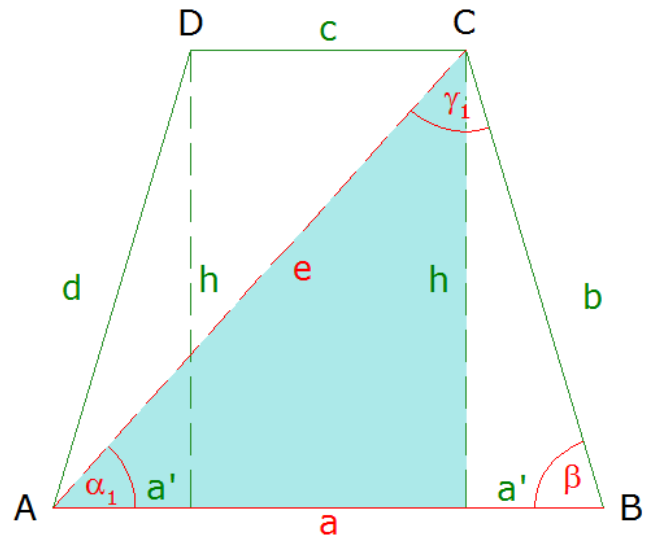
$$0,5990 = \frac{h}{10}$$

Seiten tauschen

$$\frac{h}{10} = 0,5990$$

| · 10

$$\underline{\underline{h = 5,99 \text{ cm}}}$$



4. Berechnung der Trapezseite $b = d$:

$$\sin \beta = \frac{\text{Gegenkathete}}{\text{Hypotenuse}} = \frac{h}{b}$$

Sinusfunktion im
rechtwinkligen
grünen
Teildreieck

$$\sin 67,4^\circ = \frac{5,99}{b}$$

$$0,9232 = \frac{5,99}{b}$$

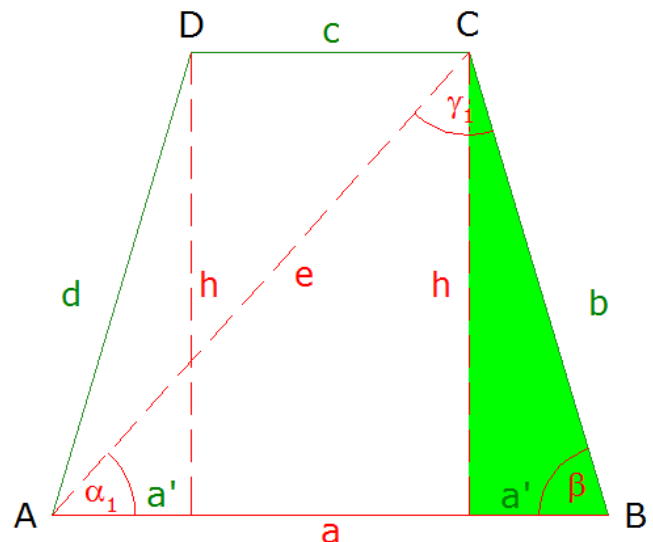
| · b

$$b \cdot 0,9232 = 5,99$$

| : 0,9232

$$\underline{\underline{b = 6,49 \text{ cm}}}$$

$$\underline{\underline{d = 6,49 \text{ cm}}}$$



Lösung 1978 3a:

5. Berechnung der Strecke a' :

$$a'^2 + h^2 = b^2$$

Pythagoras im
rechtwinkligen
grünen
Teildreieck

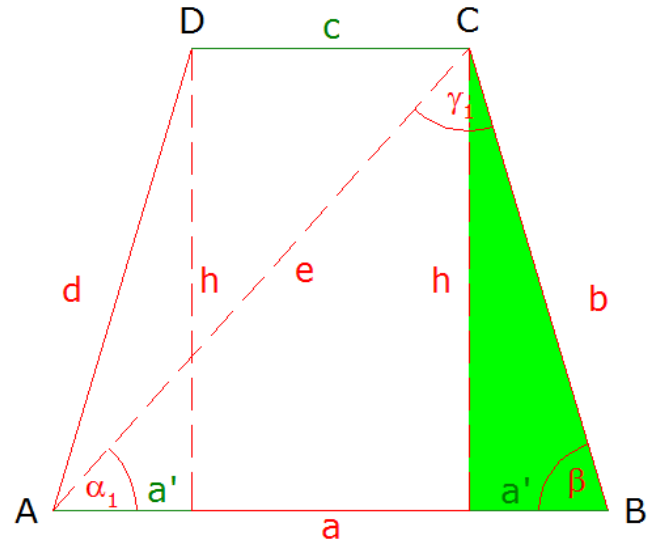
$$a'^2 + 5,99^2 = 6,49^2$$

$$a'^2 + 35,8801 = 42,1201 \quad | - 35,8801$$

$$a'^2 = 6,24$$

$\sqrt{\quad}$

$$\underline{a' = 2,49 \text{ cm}}$$



6. Berechnung der Trapezseite c:

$$c = a - 2 \cdot a'$$

$$c = 10,5 - 2 \cdot 2,49$$

$$c = 10,5 - 4,98$$

$$\underline{\underline{c = 5,52 \text{ cm}}}$$

