

Aufgabe 1978 2b:

4 P

In einer fallenden geometrischen Reihe ist das Anfangsglied $g_1 = 125$ und das fünfte Glied $g_5 = \frac{16}{5}$. Berechnen Sie q .

Stellen Sie die Reihe bis zum sechsten Glied auf.

Eine neue geometrische Reihe entsteht dadurch, dass man bei gleichem Anfangsglied als Quotient den Kehrwert des oben berechneten q verwendet.

Wieviele Glieder muss man von dieser Reihe mindestens addieren, damit ihre Summe größer als 100000 wird?

Lösung 1978 2b:

1. Berechnung von q :

$$\frac{g_5}{g_1} = \frac{\frac{16}{5}}{125}$$

$$\frac{g_1 \cdot q^4}{g_1} = \frac{16}{625}$$

$$q^4 = \left(\frac{2}{5}\right)^4 \quad \left| \sqrt[4]{} \right.$$

$$q = \frac{2}{5}$$

$$\underline{\underline{q = 0,4}}$$

2. Berechnung der 6 ersten Glieder:

n	1	2	3	4	5	6
g_n	125	50	20	8	3,2	1,28

3. Berechnung von q' :

$$q' = \frac{1}{q}$$

$$q' = \frac{1}{0,4}$$

$$\underline{\underline{q' = 2,5}}$$

Lösung 1978 2b:

4. Berechnung von n:

$$s_n > 100000$$

$$\frac{g_1(q'^n - 1)}{q' - 1} > 100000 \quad s_n = \frac{g_1(q^n - 1)}{q - 1}$$

$$\frac{125(2,5^n - 1)}{2,5 - 1} > 100000$$

$$\frac{125(2,5^n - 1)}{1,5} > 100000 \quad | \cdot 1,5$$

$$125(2,5^n - 1) > 150000 \quad | : 125$$

$$2,5^n - 1 > 1200 \quad | + 1$$

$$2,5^n > 1201$$

$$\log 2,5^n > \log 1201 \quad | \log$$

$$n \cdot \log 2,5 > \log 1201 \quad \log y^x = x \cdot \log y$$

$$n \cdot 0,3979 > 3,0795 \quad | : 0,3979$$

$$n > 7,739$$

$$\underline{\underline{n = 8}}$$