

**Aufgabe 1978 1b:**

**4 P**

In einer arithmetischen Reihe ist die Summe aus dem vierten und sechsten Glied um 1 kleiner als das achte Glied. Das achte Glied ist das Siebenfache des dritten Gliedes. Ermitteln Sie  $d$  und  $a_1$ .

Berechnen Sie  $n$  für den Fall, dass die Summe aller Glieder 312 beträgt.

**Lösung 1978 1b:**

**1. Berechnung von  $d$ :**

$$\begin{array}{l} \text{I: } a_4 + a_6 = a_8 - 1 \\ \text{II: } a_8 = 7 \cdot a_3 \end{array}$$

$$\text{I: } a_4 + a_6 = a_8 - 1$$

$$a_1 + 3d + a_1 + 5d = a_1 + 7d - 1$$

$$2a_1 + 8d = a_1 + 7d - 1 \quad | - a_1 - 7d$$

$$\underline{a_1 + d = -1}$$

$$\text{II: } a_8 = 7 \cdot a_3$$

$$a_1 + 7d = 7 \cdot (a_1 + 2d)$$

$$a_1 + 7d = 7a_1 + 14d$$

Seiten tauschen

$$7a_1 + 14d = a_1 + 7d$$

$$| - a_1 - 7d$$

$$\underline{6a_1 + 7d = 0}$$

$$\text{I': } a_1 + d = -1$$

$$\text{II': } 6a_1 + 7d = 0$$

$$| \cdot (-6)$$

$$\text{I': } -6a_1 - 6d = 6$$

$$\text{II': } 6a_1 + 7d = 0$$

Additionsverfahren

$$\text{I'+II': } -6d + 7d = 6$$

$$\underline{\underline{d = 6}}$$

**2. Berechnung von  $a_1$ :**

$$\text{I': } a_1 + d = -1 \quad d = 6$$

$$a_1 + 6 = -1 \quad | -6$$

$$\underline{\underline{a_1 = -7}}$$

### Lösung 1978 1b:

3. Berechnung von n für  $s_n = 312$ :

$$s_n = \frac{n}{2}(a_1 + a_1 + (n-1) \cdot d) \quad s_n = \frac{n}{2}(a_1 + a_n)$$

$$\wedge a_n = a_1 + (n-1) \cdot d$$

$$312 = \frac{n}{2}(2a_1 + (n-1) \cdot d) \quad a_1 = -7 \wedge d = 6$$

$$312 = \frac{n}{2}(2 \cdot (-7) + (n-1) \cdot 6)$$

$$312 = \frac{n}{2}(-14 + 6n - 6) \quad | \cdot 2$$

$$624 = n(6n - 20) \quad \text{Summe ausmultiplizieren}$$

$$624 = 6n^2 - 20n \quad \text{Seiten tauschen}$$

$$6n^2 - 20n = 624 \quad | - 624$$

$$6n^2 - 20n - 624 = 0 \quad | : 6$$

$$n^2 - \frac{10}{3}n - 104 = 0 \quad \text{Normalform einer quadratischen Gleichung}$$

$$n^2 - \frac{10}{3}n - 104 = 0$$

$$x^2 + px + q = 0 \quad p \text{ und } q \text{ bestimmen}$$

$$p = -\frac{10}{3}$$

$$q = -104$$

$$x_{1,2} = -\frac{p}{2} \pm \sqrt{\frac{p^2}{4} - q} \quad \text{Lösungsformel}$$

$$x_{1,2} = -\frac{-\frac{10}{3}}{2} \pm \sqrt{\frac{\left(-\frac{10}{3}\right)^2}{4} - (-104)}$$

$$x_{1,2} = \frac{5}{3} \pm \sqrt{\frac{100}{9} + 104}$$

$$x_{1,2} = \frac{5}{3} \pm \sqrt{\frac{25}{9} + 104}$$

$$x_{1,2} = \frac{5}{3} \pm \sqrt{\frac{25}{9} + \frac{936}{9}}$$

$$x_{1,2} = \frac{5}{3} \pm \sqrt{\frac{961}{9}}$$

$$x_{1,2} = \frac{5}{3} \pm \frac{31}{3}$$

$$x_1 = \frac{5}{3} + \frac{31}{3}$$

$$x_1 = \frac{36}{3}$$

$$x_1 = 12$$

$$x_2 = \frac{5}{3} - \frac{31}{3}$$

$$\cancel{x_2 = -\frac{26}{3}}$$

keine Lösung,  
da negativ

$$\underline{\underline{n = 12}}$$