

Aufgabe 1977 9a:

4 P

1. Logarithmiere die Terme $\frac{\sqrt[3]{yx}}{z^4}$ und $\sqrt[7]{\left(\frac{u^2}{v}\right)^3}$.

2. Fasse die Terme

$$\lg u + \frac{3}{2} \lg v - \frac{1}{3} \lg w$$

und

$$\lg a + \frac{1}{3} [\lg (x - a) + \lg (x + a)]$$

zu einem Logarithmus zusammen.

3. Logarithmiere den Term

$$\sqrt[3]{\frac{b^2 c^3}{d^4}}$$

und berechne seinen Wert für $a = 5$, $b = 2$, $c = 3$ und $d = 4$.

4. Weise nach, dass die Beziehung

$$\lg \sqrt[3]{5 \cdot \sqrt[3]{5}} = \frac{4}{9} \lg 5$$

gilt.

Lösung 1977 9a:

1 a. Logarithmierung des Terms:

$$T = \frac{\sqrt[3]{yx}}{z^4}$$

$$\lg T = \lg \left(\frac{\sqrt[3]{yx}}{z^4} \right)$$

$$\lg \left(\frac{a}{b} \right) = \lg a - \lg b$$

$$\lg T = \lg (\sqrt[3]{yx}) - \lg z^4$$

$$\lg(a \cdot b) = \lg a + \lg b$$

$$\lg T = \lg (\sqrt[3]{y}) + \lg x - \lg z^4$$

$$\lg T = \lg y^{\frac{1}{3}} + \lg x - \lg z^4$$

$$\lg(a^n) = n \cdot \lg a$$

$$\lg T = \frac{1}{3} \lg y + \lg x - 4 \lg z$$

Lösung 1977 9a:

1 b. Logarithmierung des Terms:

$$T = \sqrt[7]{\left(\frac{u^2}{v}\right)^3}$$

$$\lg T = \lg \left(\sqrt[7]{\left(\frac{u^2}{v}\right)^3} \right)$$

$$\lg T = \lg \left(\left(\frac{u^2}{v} \right)^{\frac{3}{7}} \right) \quad \lg(a^n) = n \cdot \lg a$$

$$\lg T = \frac{3}{7} \lg \left(\frac{u^2}{v} \right) \quad \lg\left(\frac{a}{b}\right) = \lg a - \lg b$$

$$\lg T = \frac{3}{7} (\lg u^2 - \lg v) \quad \lg(a^n) = n \cdot \lg a$$

$$\lg T = \frac{3}{7} (2 \lg u - \lg v)$$

2 a. Zusammenfassung zu einem Logarithmus:

$$\lg T = \lg u + \frac{3}{2} \lg v - \frac{1}{3} \lg w \quad n \cdot \lg a = \lg(a^n)$$

$$\lg T = \lg u + \lg v^{\frac{3}{2}} - \lg w^{\frac{1}{3}} \quad \lg a + \lg b = \lg(a \cdot b)$$

$$\lg T = \lg \left(u \cdot v^{\frac{3}{2}} \right) - \lg w^{\frac{1}{3}} \quad \lg a - \lg b = \lg\left(\frac{a}{b}\right)$$

$$\lg T = \lg \left(\frac{u \cdot v^{\frac{3}{2}}}{w^{\frac{1}{3}}} \right)$$

$$\lg T = \lg \left(\frac{u \cdot \sqrt{v^3}}{\sqrt[3]{w}} \right)$$

$$\lg T = \lg \left(\frac{u \cdot v \sqrt{v}}{\sqrt[3]{w}} \right)$$

Lösung 1977 9a:

2 b. Zusammenfassung zu einem Logarithmus:

$$\lg T = \lg a + \frac{1}{3} [\lg (x - a) + \lg (x + a)] \quad \lg a + \lg b = \lg (a \cdot b)$$

$$\lg T = \lg a + \frac{1}{3} \lg [(x - a) \cdot (x + a)]$$

$$\lg T = \lg a + \frac{1}{3} \lg (x^2 - a^2) \quad n \cdot \lg a = \lg (a^n)$$

$$\lg T = \lg a + \lg (x^2 - a^2)^{\frac{1}{3}}$$

$$\lg T = \lg a + \lg \sqrt[3]{x^2 - a^2} \quad \lg a + \lg b = \lg (a \cdot b)$$

$$\lg T = \lg (a \sqrt[3]{x^2 - a^2})$$

3 a. Logarithmierung des Terms:

$$T = \sqrt[a]{\frac{b^2 c^3}{d^4}}$$

$$\lg T = \lg \left(\sqrt[a]{\frac{b^2 c^3}{d^4}} \right)$$

$$\lg T = \lg \left[\left(\frac{b^2 c^3}{d^4} \right)^{\frac{1}{a}} \right] \quad \lg(a^n) = n \cdot \lg a$$

$$\lg T = \frac{1}{a} \lg \left(\frac{b^2 c^3}{d^4} \right) \quad \lg \left(\frac{a}{b} \right) = \lg a - \lg b$$

$$\lg T = \frac{1}{a} [\lg (b^2 \cdot c^3) - \lg d^4] \quad \lg(a \cdot b) = \lg a + \lg b$$

$$\lg T = \frac{1}{a} [\lg b^2 + \lg c^3 - \lg d^4] \quad \lg(a^n) = n \cdot \lg a$$

$$\lg T = \frac{1}{a} [2 \lg b + 3 \lg c - 4 \lg d]$$

Lösung 1977 9a:

3 b. Wert des Terms:

$$\lg T = \frac{1}{a} [2 \lg b + 3 \lg c - 4 \lg d] \quad a = 5, b = 2, c = 3 \text{ und } d = 4.$$

$$\lg T = \frac{1}{5} [2 \cdot \lg 2 + 3 \cdot \lg 3 - 4 \cdot \lg 4]$$

$$\lg T = \frac{1}{5} [2 \cdot 0,3010 + 3 \cdot 0,4771 - 4 \cdot 0,6021]$$

$$\lg T = \frac{1}{5} [0,6020 + 1,4313 - 2,4084]$$

$$\lg T = \frac{1}{5} [-0,3751]$$

$$\lg T = -0,07502$$

$$\underline{\underline{T = 0,8414}}$$

4 . Nachweis:

$$\lg T = \lg \sqrt[3]{5 \cdot \sqrt[3]{5}}$$

$$\lg T = \lg \left(5 \cdot 5^{\frac{1}{3}} \right)^{\frac{1}{3}}$$

$$\lg T = \lg \left(5^{\frac{3}{3}} \cdot 5^{\frac{1}{3}} \right)^{\frac{1}{3}} \quad \text{Potenzgesetz } a^m \cdot a^n = a^{m+n}$$

$$\lg T = \lg \left(5^{\frac{4}{3}} \right)^{\frac{1}{3}} \quad \text{Potenzgesetz } (a^m)^n = a^{mn}$$

$$\lg T = \lg \left(5^{\frac{4}{9}} \right) \quad \lg(a^n) = n \cdot \lg a$$

$$\underline{\underline{\lg T = \frac{4}{9} \lg 5}}$$