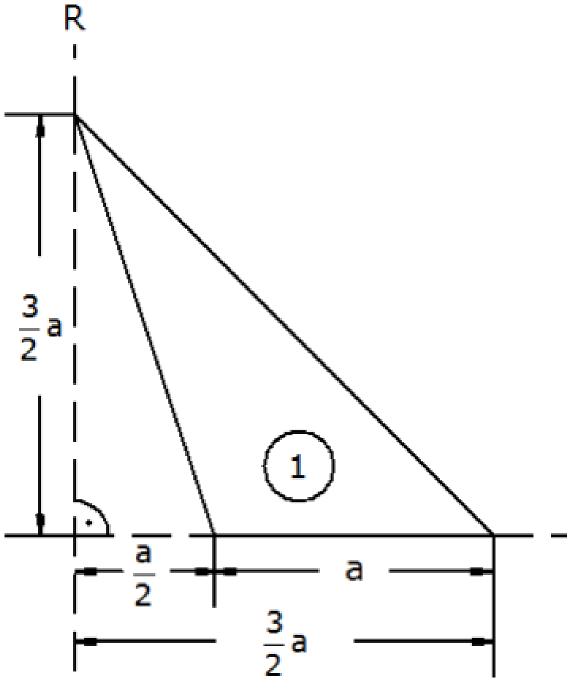
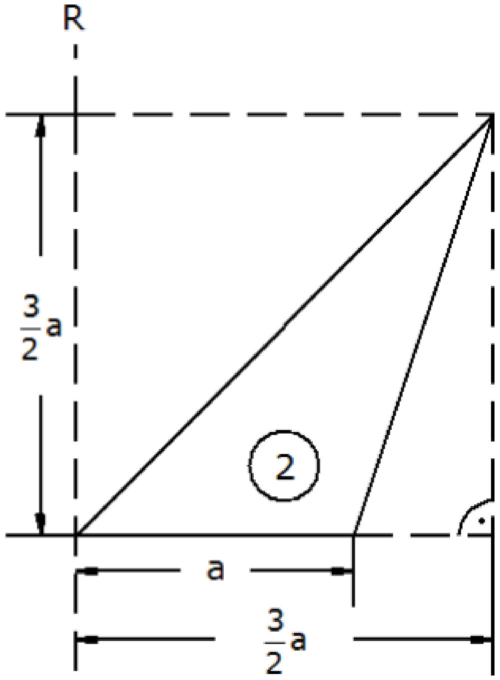
Aufgabe 1977 8c: **3 P**

Die Dreiecke (1) und (2) erzeugen durch Rotation um die gegebenen Achsen bestimmte Rotationskörper.





Ermittle die Oberfläche des Drehkörpers (1) in Abhängigkeit von der Variablen a.

Strategie 1977 8c:

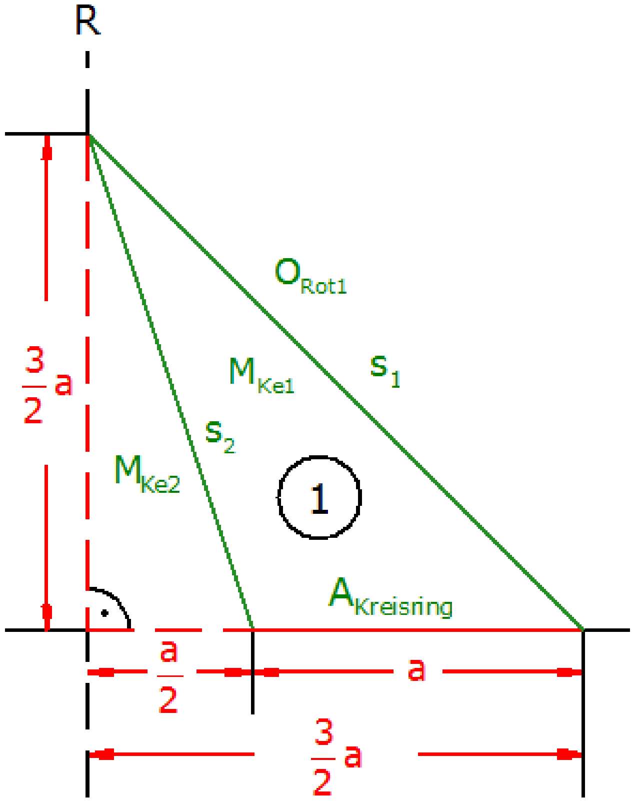
<u>Gegeben:</u>

a

<u>Gesucht:</u>

O_{Rot1}

<u>Skizze:</u>



Lösung 1977 8c:

1. Berechnung des Kegelseitenkante s_1:

$$s_1^2 = \left(\frac{3}{2}a\right)^2 + \left(\frac{3}{2}a\right)^2$$ Pythagoras im rechtwinkligen gelben Dreieck

$$s_1^2 = \frac{9}{4}a^2 + \frac{9}{4}a^2$$

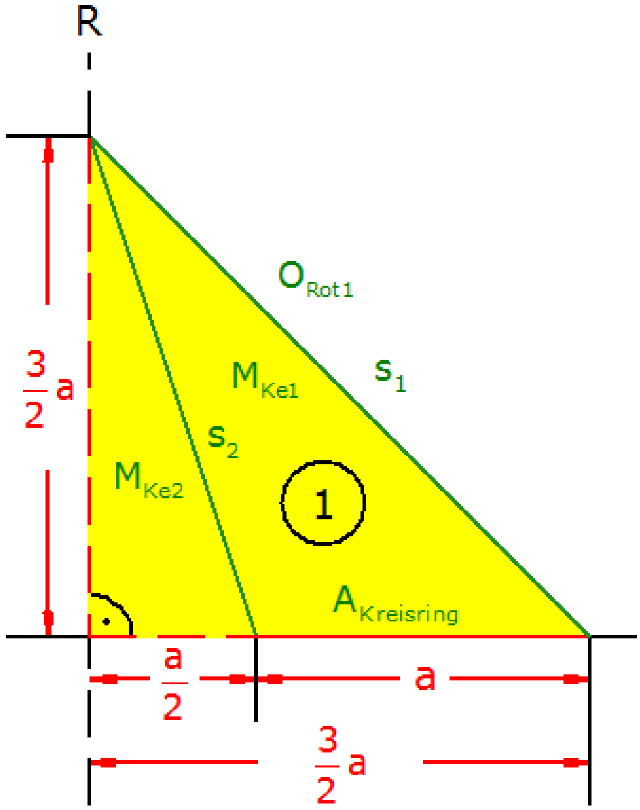
$$s_1^2 = \frac{18}{4}a^2 \quad \Big| \sqrt{}$$

$$s_1 = \sqrt{\frac{18}{4}a^2}$$

$$s_1 = \sqrt{2 \cdot \frac{9}{4}a^2}$$ Wurzelgesetz $\sqrt{a \cdot b} = \sqrt{a} \cdot \sqrt{b}$

$$s_1 = \sqrt{2} \cdot \sqrt{\frac{9}{4}} \cdot \sqrt{a^2}$$

$$\underline{s_1 = \frac{3}{2}a\sqrt{2}\,\text{LE}}$$



2. Berechnung der Kegelseitenkante s_2:

$$s_2^2 = \left(\frac{3}{2}a\right)^2 + \left(\frac{a}{2}\right)^2$$ Pythagoras im rechtwinkligen hellblauen Teildreieck

$$s_2^2 = \frac{9}{4}a^2 + \frac{1}{4}a^2$$

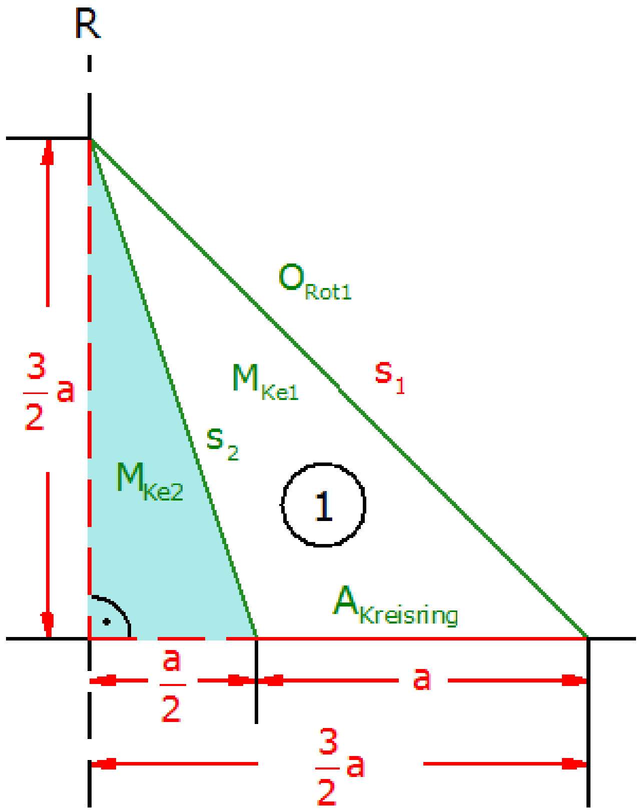
$$s_2^2 = \frac{10}{4}a^2 \quad \Big| \sqrt{}$$

$$s_2 = \sqrt{\frac{10}{4}a^2}$$

$$s_2 = \sqrt{10 \cdot \frac{1}{4}a^2}$$ Wurzelgesetz $\sqrt{a \cdot b} = \sqrt{a} \cdot \sqrt{b}$

$$s_2 = \sqrt{10} \cdot \sqrt{\frac{1}{4}} \cdot \sqrt{a^2}$$

$$\underline{s_2 = \frac{1}{2}a\sqrt{10}\,\text{LE}}$$



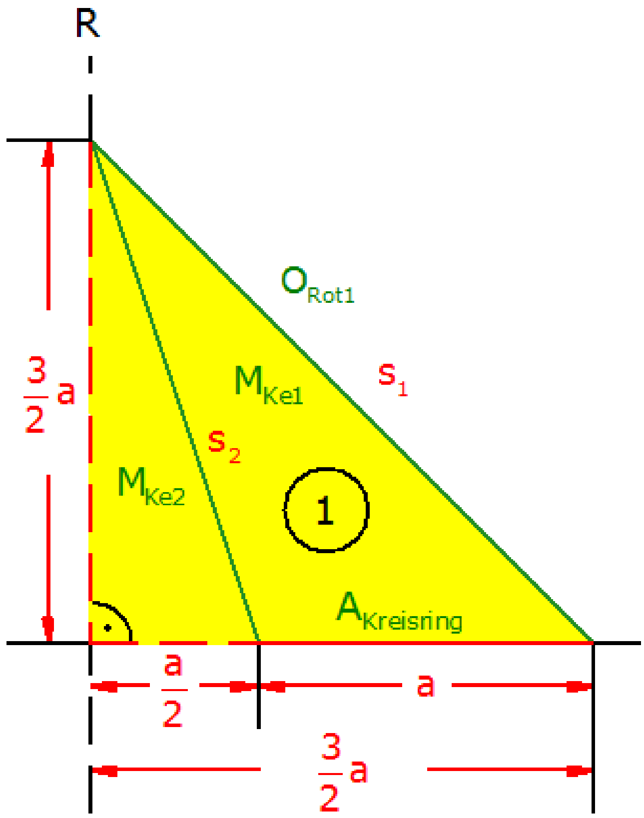
Lösung 1977 8c:

3. Berechnung des Kegelmantels M_{Ke1}:

$$M_{Ke1} = \pi \cdot r_{Ke1} \cdot s_1$$

$$M_{Ke1} = \pi \cdot \frac{3}{2}a \cdot \frac{3}{2}a\sqrt{2}$$

$$\underline{M_{Ke1} = \frac{9}{4}\pi a^2\sqrt{2}\,\text{FE}}$$

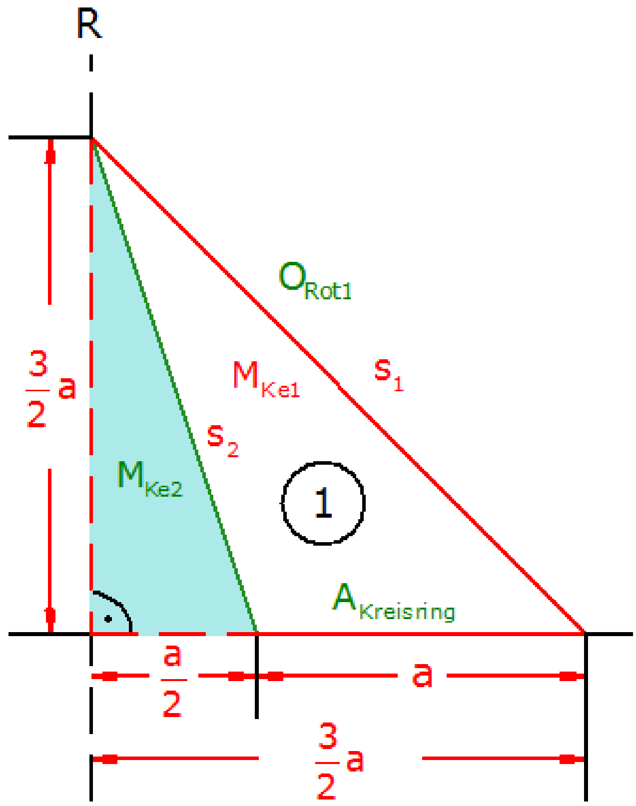


4. Berechnung des Kegelmantels M_{Ke2}:

$$M_{Ke2} = \pi \cdot r_{Ke2} \cdot s_2$$

$$M_{Ke2} = \pi \cdot \frac{a}{2} \cdot \frac{1}{2}a\sqrt{10}$$

$$\underline{M_{Ke2} = \frac{1}{4}\pi \cdot a^2\sqrt{10}\,\text{FE}}$$



Lösung 1977 8c:

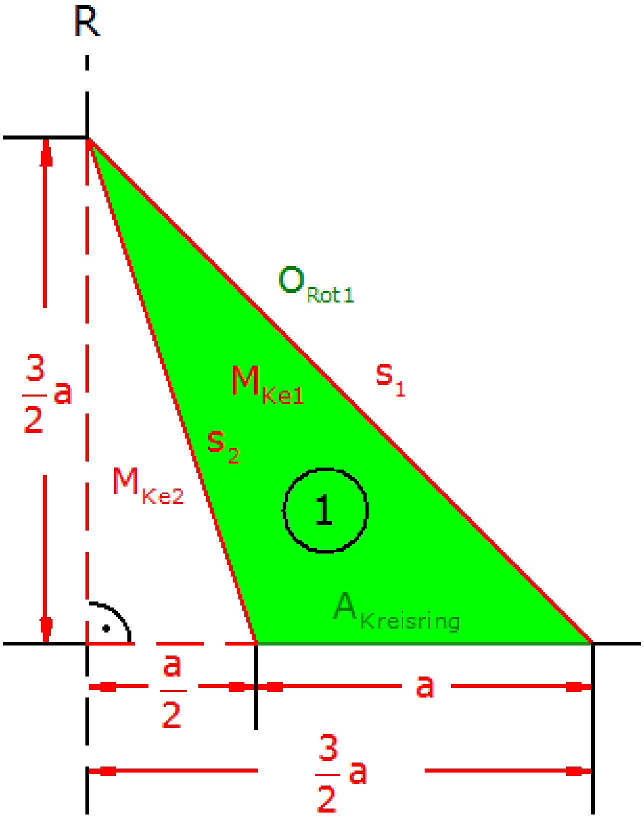
5. Berechnung der Kreisringfläche $A_{Kreisring}$:

$$A_{Kreisring} = r_1^2 \cdot \pi - r_2^2 \cdot \pi$$

$$A_{Kreisring} = \left(\frac{3}{2}a\right)^2 \cdot \pi - \left(\frac{a}{2}\right)^2 \cdot \pi$$

$$A_{Kreisring} = \frac{9}{4}a^2 \cdot \pi - \frac{1}{4}a^2 \cdot \pi$$

$$\underline{A_{Kreisring} = \frac{8}{4}a^2 \cdot \pi \, FE}$$



6. Berechnung der Rotationskörperoberfläche O_{Rot1}:

$$O_{Rot1} = M_{Ke1} + M_{Ke2} + A_{Kreisring}$$

$$O_{Rot1} = \frac{9}{4}\pi \cdot a^2\sqrt{2} + \frac{1}{4}\pi \cdot a^2\sqrt{10} + \frac{8}{4}\pi \cdot a^2$$

$$O_{Rot1} = \frac{1}{4}\pi a^2 \cdot 9\sqrt{2} + \frac{1}{4}\pi a^2 \cdot \sqrt{10} + \frac{1}{4}\pi a^2 \cdot 8$$

$$O_{Rot1} = \frac{1}{4}\pi a^2 \cdot \left(9\sqrt{2} + \sqrt{10} + 8\right)$$

$$O_{Rot1} = \frac{1}{4}\pi a^2 \cdot (12,728 + 3,162 + 8)$$

$$O_{Rot1} = \frac{1}{4}\pi a^2 \cdot 23,89$$

$$\underline{\underline{O_{Rot1} = 18,763 a^2 \, FE}}$$